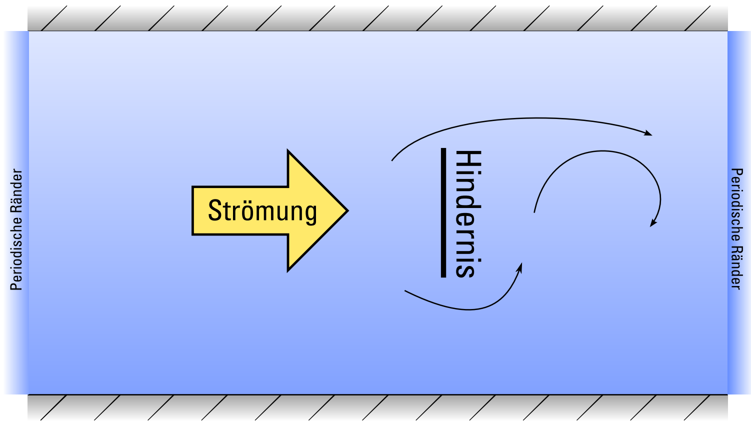
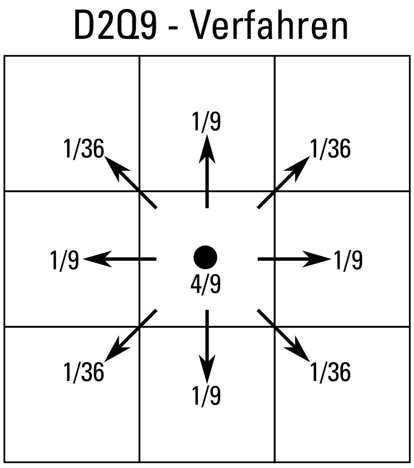
Übung zu "Numerical Methods in Astrophysics"

SS 2012 **Übung 10**

Aufgabe 10: Lattice-Boltzmann-Methode

Nach all den physikalisch korrekt hergeleiteten und numerisch unvorstellbar unpraktischen Methoden der hydrodynamik-Simulation, jetzt etwas, was einfach zu implementieren ist und tatsächlich ordentlich funktioniert: ein Lattice-Boltzmann-Verfahren in 2D.
Gegeben ist ein 2-dimensionales Fluid-Volumen (periodische Randbedingungen in horizontaler, reflektierende Ränder in vertikaler Richtung), das mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{u} = 0.3c_s \cdot \vec{e_x}$ nach rechts strömt. Diese Strömung trifft auf ein (eindimensionales, linien-förmiges, reflektierendes) Hindernis.





Die Verteilungsfunktion der Flüssigkeit wird mit dem "D2Q9-Verfahren" in jedem Punkt in 9 diskrete Anteile quantisiert, die jeweils einer Bewegung in die jeweilige Nachbarzelle (und sich selbst) entsprechen.
Ein Zeitschritt besteht nur aus drei Unterschritten:

- Finden der Equilibriums-Verteilungsfunktion f^{eq} jeder Zelle.
- Relaxation der Phasenraum-Anteile zu dieser Verteilungsfunktion:

$$f_i'^t(\vec{x}) = f_i^t(\vec{x}) + \frac{1}{\tau} \cdot \left(f_i^{eq}(\vec{x}) - f_i^t(\vec{x}) \right)$$

- Propagation der Flüsse

$$f_i^{t+1}(\vec{x} + \vec{e}_i) = f_i'^t(\vec{x}) \tag{1}$$

a) Simulieren sie das Strömungsverhalten um das Hindernis. Bildet sich eine Wirbelstraße aus, wenn sie das Hindernis exakt in die Mitte der Strömung setzen? Wie ist es, wenn sie das Hindernis nach oben oder unten versetzen?
Sinnvolle Werte für τ liegen um 2, um auch bei geringer Auflösung noch eine Struktur der Wirbel zu erkennen. Vergleichen sie auch das Verhalten bei größeren und kleineren Werten von τ.
b) Fügen sie einen Schwerkraftterm hinzu. Wie verhält sich die Strömung nun bei einem symmetrisch platzierten Hindernis?