

Übung zu “Numerical Methods in Astrophysics”

SS 2012

Übung 5

Aufgabe 5: Burgers-Gleichung

Als einfaches Modell einer viskositätsfreien eindimensionalen Strömung kann die unviskose *Burgersgleichung* benutzt werden:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

bzw. in der alternativen “Erhaltungsform”:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Diese Differentialgleichung neigt dazu, Schocks auszubilden.

a) Simulieren sie die Burgersgleichung auf einem Gebiet $x \in [0, L]$ mit periodischen Randbedingungen und der Startbedingung

$$u(x) = \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) + \varepsilon \quad (3)$$

(Das ε dient hierbei nur dazu, einen Nullpunkt-Durchgang durch numerische Ungenauigkeit zu verhindern)

b) Das selbe noch einmal, mit der Startbedingung

$$u(x) = -\sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) - \varepsilon \quad (4)$$

Benutzen sie bei beiden Startbedingungen jeweils linksseitige, rechtsseitige und zentrale Ableitungen im Ort, und vergleichen sie die Ergebnisse.

Bei der Erstellung dieses Übungsblatts wurden keine Badeenten gefährdet, die sich nicht selbstständig mit einem Surfbrett in Gefahr begeben haben.