

Übung zu “Numerical Methods in Astrophysics”

SS 2012

Übung 8

Aufgabe 8: Sod shock tube, zweiter Versuch

Da sich die Simulation des Shock-Tubes doch irgendwie als schwierig erwies, versuchen wir das einfach nochmal mit einem etwas ausgefeilteren Schema erster Ordnung, der hoffentlich so stabil läuft wie jene höherer Ordnung, nur ohne diese hsslichen Oszillationen... .

Wir betrachten wiederum ein eindimensionales Rohr, gefüllt mit einem idealen Gas, das durch die Parameter ρ (Dichte), P (Druck), u (Fluss), e (Energie) und T (Temperatur) vollständig beschrieben wird. Modelliert werde sollen wiederum die Eulergleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ (P + e)u \end{pmatrix} = 0 \quad (1)$$

Hierbei setzt sich die Gesamtenergie eines Fluidelements aus kinetischer und innerer Energie zusammen:

$$e = \frac{1}{2}\rho u^2 + \frac{3}{2}k_B T \quad (2)$$

Wiederum soll elten $k_B = 1$ und $m_0 = 1$.

Als Zustandsgleichung kommt die eines idealen Gases zum Einsatz:

$$P = \rho \frac{k_B}{m_0} T \quad (3)$$

Für die Anfangsbedingungen nehmen wir diesmal lieber das, was alle anderen auch nehmen:

$$\begin{pmatrix} \rho_L \\ u_L \\ P_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \rho_R \\ u_R \\ P_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.125 \\ 0.0 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Zu Beginn der Simulation sei die gesamte linke bzw. rechte Hälfte des Rohrs mit dem jeweiligen Zustand gefüllt und durch eine Membran getrennt, die plötzlich entfernt wird.

a) Simulieren Sie das Szenario mit Hilfe der Godunov-Methode. Als Ergänzung für die, ansonsten sicherlich Glasklare, Vorlesung könnte folgende Arbeit dienlich sein: <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA6017.pdf>.