Lehrstuhl für Astronomie
Institut für Theoretische Physik und Astrophysik

Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Simulation von AGN-Jets mit einem ortsaufgelösten SSC Shock-in-Jet-Modell

Diplomarbeit

von

Stephan Richter

Würzburg, 2011

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Sehr früh nach der Entdeckung der ersten Radiogalaxien konnte bei vielen dieser Objekte zugehörige Jetstrukturen beobachtet werden. Die Entdeckung, dass es sich bei vielen Radioquellen um die bisher am weitesten entfernten bekannten Objekte - Quasare - handelt, macht sie zu wichtigen Quellen bei der Beobachtung des frühen Universums. Da man Quasare trotz ihrer Entfernung beobachten kann, muss es sich bei ihnen um extrem Energiereiche Objekte handeln, die neben den imensen Intensitäten auch Strahlung im Gammabereich produzieren. Der Ursprung dieser Strahlung wird hochrelatvistischen Jets zugeschrieben. Beobachtungen mit modernen Gammaray-Teleskopen machen die Entwicklung von Modellen möglich, durch die die Eigenschaften verschiedener Objekte, wie z.B. aktiver Galaxienkerne (AGN) und sogenannter Gammablitze (*engl.* Gamma-Ray-Bursts), erklärt werden konnten.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung solcher Objekte und ihrer Abstrahlungscharakteristik. Der Schwerpunkt wird dabei auf der Emission von Blazaren, einer Untergruppe der AGNs, liegen.

Das entwickelte Modell basiert zum einen auf dem *Shock-in-Jet-Modell*. Es beschreibt die Geometrie und den dominanten Beschleunigungsprozess, verursacht durch eine den Jet durchlaufende Schockfront. Zum anderen wird für die Modellierung der Emission das Synchrotron-Self-Compton-Modell (SSC-Modell) verwendet. Dieses leptonische Modell konnte bereits erfolgreich für die Beschreibung von Quellen verwendet werden. Das beobachtete Spektrum wird durch die Emission von Synchro-

tronstrahlung durch hochrelativistische Elektronen und die Streuung dieser Photonen an der gleichen Teilchenpopulation durch den inversen Compton-Effekt erzeugt.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine numerische Beschreibung für den Durchlauf eines Schocks zu finden. Das in der Arbeitsgruppe entwickelte Zwei-Zonen-SSC-Modell wird auf ein N-Zonen Modell erweitert, wodurch eine ortsaufgelöste Betrachtung des simulierten Gebietes möglich ist. Damit können die Schwächen der bisherigen Modelle, z.B. die verletzte Kausalität, umgangen werden. Trotzdem wird es möglich sein die beobachtete Kurzzeitvariabilität zu erklären, etwa durch die Möglichkeit nacheinanderfolgender Schockfronten. Dabei wird auch explizit die Kühlung nach dem Schockdurchlauf berücksichtigt, bevor die dann „alten“ Elektronen erneut beschleunigt werden. Die beobachtete Variabilität lässt sich nicht auf den Ursprung des Jets zurückführen, sondern auf Prozesse im Jet selbst. Somit ist ein ortsaufgelöstes Modell für das Verständnis der relevanten physikalischen Vorgänge unumgänglich.

Eine Überprüfung des Modells und die Anpassung der Parameter wird mit den Multiwellenlängen-Daten des Blazars *Mrk 501* (Abdo u. a., 2011) durchgeführt. Durch Vergleich der Messdaten und ihrem zeitlichen Verlauf mit den Simmulationsergebnissen lassen sich Rückschlüsse auf die räumliche Struktur des Strahlungsgebietes ziehen und verstehen, wie diese die Emission des Blazars beeinflusst.

Kapitel 2

Phänomenologie

In den nachfolgenden Abschnitten sollen Objekte der Klasse der aktiven Galaxienkerne behandelt werden. Zunächst wird auf die verschiedenen Typen von AGN eingegangen. Aus den beschriebenen Eigenschaften wird auf ein vereinheitlichtes Modell geschlossen. Durch die Vereinheitlichung lässt sich auf die Morphologie der AGN schließen. Abschließend werden Theorien zur Entstehung der vermuteten Strukturen vorgestellt.

2.1 Aktive Galaxienkerne

Als aktive Galaxienkerne (*engl.* active galactic nuclei - AGN) bezeichnet man Objekte, die die Gesamtemission von Galaxien dominieren und sich im Zentrum dieser befinden. Die Stärke dieser Dominanz ist höchst unterschiedlich, deshalb werden im folgenden die verschiedenen Ausprägungen dieser Objekte beschrieben. Trotz der zum Teil sehr unterschiedlichen Phänomene wurde versucht ein vereinheitlichtes Modell der AGN zu entwickeln, das im Anschluss beschrieben wird. Charakteristisch sind ein nichtthermisches, breites Spektrum und hohe Intensitäten. Vor allem die im Gamma-Bereich erreichten Leuchtkräfte machen sie zu interessanten Objekten der Gamma-Astronomie. Die mit den Prozessen einhergehenden hochenergetischen Teilchen (*engl.* cosmic rays) werden in der Astroteilchenphysik behandelt.

2.1.1 Radiogalaxien

Im Jahre 1946 wurde durch J. S. Hey die erste Radioquelle, *Cygnus A*, entdeckt (Hey u. a., 1946). Diese Quelle unterschied sich von anderen Galaxien durch ein nicht thermisches Spektrum, dessen Form auf Synchrotronemission relativistischer Elektronen schließen ließ. 1954 gelang es erstmals starke Radioquellen mit Objekten im optischen Bereich zu identifizieren (Mills, 1954). Mittels Radiointerferometern wie dem VLA (*engl.* very large array) lassen sich die räumlichen Strukturen untersuchen, was zur Klassifikation nach Fanaroff u. Riley (1974) geführt hat.

Etwa die Hälfte der bekannten Radiogalaxien besitzen zwei symmetrisch, weit ($\sim$ 100 kpc) vom Zentrum entfernt liegende Emissionsgebiete. Ebenfalls ist eine stark gerichtete, vom Zentrum zu den Emissionsgebieten laufende, sogenannte *Jet*-Struktur zu erkennen. Solche Objekte werden dem Typ FR I (*Fanaroff-Riley* I) zugeordnet. Die zweite Klasse, FR II, zeichnet sich durch eine zum Zentrum hin konzentrierte Emission aus. Das Emissionsgebiet zeigt hier meist eine deutlich diffusere Struktur. Interpretiert wird dieser Unterschied mit der Reichweite der Jets, die vor allem von ihren Geschwindigkeiten abhängt (FR I Unterschall und FR II Überschall) (Baum u. a., 1995). Die Emission entsteht, wenn der Jet mit dem die Galaxie umgebenden Medium wechselwirkt.

2.1.2 Seyfert-Galaxien

Seyfert-Galaxien zeichnen sich durch eine, im Vergleich zu anderen Galaxien des gleichen Hubble Typs, starke Erhöhung der Leuchtkraft im optischen Bereich zum Zentrum hin aus. Es handelt sich also um vergleichsweise nahe Objekte, deren Struktur man optisch auflösen kann. Klassifiziert werden sie über die Breite der Emissionslinien. So zeigen Seyfert-I-Galaxien eine starke Dopplerverbreiterung, was auf hohe Geschwindigkeiten im Emissionsgebiet schließen lässt. Objekte mit schmaleren Linienbreiten werden den Seyfert- II-Galaxien zugeordnet.

2.1.3 Quasare

Einige Jahre nach Entdeckung der oben beschriebenen Radioquellen stellte sich heraus, dass nicht alle ihren Ursprung in nahen Radiogalaxien haben. Im Optischen konnten diese Objekte nicht von Sternen unterschieden werden. Die Untersuchung der Rotverschiebung allerdings brachte Werte von $z = 0{,}158$ (3C273) bis zum heutigen Entfernungsrekord von $z = 6{,}42$ (Carroll u. Ostlie, 1996). Es handelt sich um weit entfernte, sehr leuchtstarke Objekte, bei denen die Strahlung aus dem optischen in den Radiobereich rotverschoben ist. Die Bezeichnung dieser Objektklasse ergibt sich aus diesen Eigenschaften: *quasi stellar radio source*.

Da inzwischen auch sehr ähnliche Objekte gefunden wurden, die lediglich keine Radioemission zeigen, spricht man heute allgemein von quasi stellaren Objekten, die in radiolaute und radioleise Quasare unterteilt werden. Ebenso wie die Seyfert-Galaxien lassen sich Quasare zusätzlich in zwei Typen, entsprechend der Breite der Emissionslinien, einteilen.

2.1.4 Blazare

Blazare sind den Quasaren ähnliche Objekte, die jedoch nur geringe Emissionen im optischen Bereich zeigen, aber umso leuchtstärker im Gamma-Bereich sind. Entsprechend treten nur sehr schwache Emissionslinien auf. Weiterhin zeigen die Spektren eine hohe Variabilität auf Zeitskalen zwischen Monaten und Minuten. Blazare werden zumeist bei, im Vergleich zu Quasaren recht geringen, Rotverschiebungen von $z \leq 0.2$ beobachtet. Ihre Bezeichnung ist eine Kombination aus dem Prototypen, *BL Lac=2200+420*, und „Quasar“.

2.1.5 Vereinheitlichtes Modell

Auch wenn sich die verschiedenen AGN-Typen quantitatv unterscheiden, so lassen sich doch viele Ähnlichkeiten in den Spektren und der räumlichen Struktur finden. Somit liegt es nahe anzunehmen, dass allen AGN die gleichen physikalischen Prozesse zu Grunde liegen. Unterschiede in der Erscheinungsform resultieren dann aus

verschiedenen Größenskalen, evtl. einer zeitlichen Entwicklung und geometrischen Effekten, wie z.B. dem Blickwinkel auf das Objekt.

Unter anderem kann man aus den enormen Leuchtkräften über sehr lange Zeiträume sowie der Stabilität des Jets (siehe Abschnitt 2.3) auf folgendes einheitliches Modell (Abbildung 2.1) schließen:

- Im Zentrum einer aktiven Galaxie befindet sich ein supermassives schwarzes Loch ($10^6 - 10^{10} M_\odot$). Diese Annahme wird durch die Entdeckung eines solchen Objektes in der Milchstraße (Gillessen u. a., 2009) gestärkt.

- Aus der Host-Galaxie wird Materie akkretiert. Das sich dabei aufheizende Gas der Akkretionsscheibe ist Ursprung der optischen und ultravioletten Strahlung in Form der Überlagerung eines thermischen und eines Synchrotron-Spektrums.

- Um das Zentralgebiet herum bewegen sich Gaswolken, deren Geschwindigkeiten mit wachsendem Abstand abnehmen. Diese werden durch Strahlung aus der Akkretionsscheibe ionisiert und sind verantworlich für die Emissionslinien.

- Der Innenbereich wird zusätzlich durch einen Staubtorus in der Ebene der Host-Galaxie umgeben, der im optischen Bereich undurchsichtig ist. Somit wird das Sichtfeld auf das Zentralgebiet von der Richtung der Sichtlinie abhängig.

- Senkecht zur Akkretionsscheibe treten aus dem Zentralgebiet zwei Jets heraus. Sie können relativistische Geschwindigkeiten erreichen und emittieren Synchrotronstrahlung.

Aus dem obigen Modell und der Abbildung 2.4 ergibt sich ein direkter Zusammenhang zwischen Blickwinkel δ und der beobachteten Linienbreite. Für Sichtlinien, die mehr als etwa 20° mit der Jet-Achse einschließen, verdeckt der Torus den Blick auf das Zentralgebiet. Somit werden nur langsamere Emissionsgebiete mit schwach dopplerverbreiterten Linien beobachtet. Im entgegengesetzten Fall dominieren die breiten Linien der dem Zentralgebiet näheren Wolken. Die relative Stärke der Radioemission scheint eine intrinsische Eigenschaft des Zentralgebietes zu sein. Insgesamt ergibt

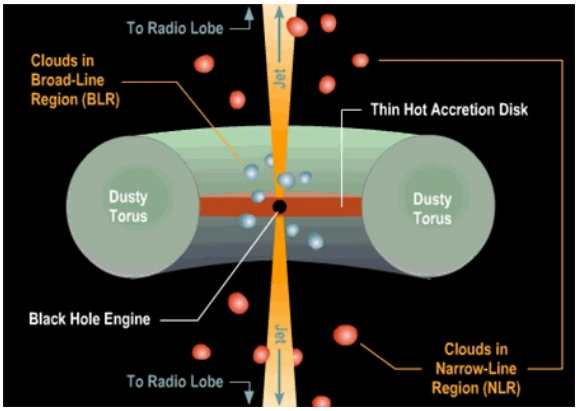

Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Zentrums einer aktiven Galaxie. Quelle: `http://www.astro.ufl.edu/circe/sci_agn.html`

sich das kombinierte Spektrum aus der Abstrahlung aller Komponenten für einen Typ-I Quasar wie in Abbildung 2.2.

Erfolgt die Beobachtung direkt seitlich auf den Staubtorus ($\delta \approx 90°$), so werden die Emissionen aus dem Zentralgebiet verdeckt und das Objekt erscheint als Radiogalaxie.

Ist der Inklinationswinkel sehr klein, so dass ein Beobachter fast genau in den Jet schaut, dominieren auf Grund der relativistischen Geschwindigkeiten im Jet (siehe Abschnitt 3.1) die dortigen Emissionen. Die Intensitäten werden durch das relativistische Beaming stark erhöht und das Spektrum blauverschoben. Es wird ein sehr flaches, nicht thermisches und kontinuierliches Spektrum beobachtet. Die Struktur wird durch zwei Peaks im Röntgen- und Gammabereich bestimmt (Abbildung 2.3).

Die Unterschiede der verschiedenen Formen von AGN werden durch die Hierarchie in der Inklination und der Intensität im Radiobereich, sowie der Gesamtintensität dominiert. Eine grobe Unterteilung der radiolauten Quasare vom Typ I erfolgt über den Spektralindex α, der die Stärke des Abfalls des Flusses beschreibt. Häufig wird die Unterteilung in FSRQ (*engl.* flat spectrum radio quasars) für $\alpha < 0.5$ und SSRQ (*engl.* steep spectrum radio quasars) für $\alpha > 0.5$, jeweils gemessen im GHz-Bereich, verwendet.

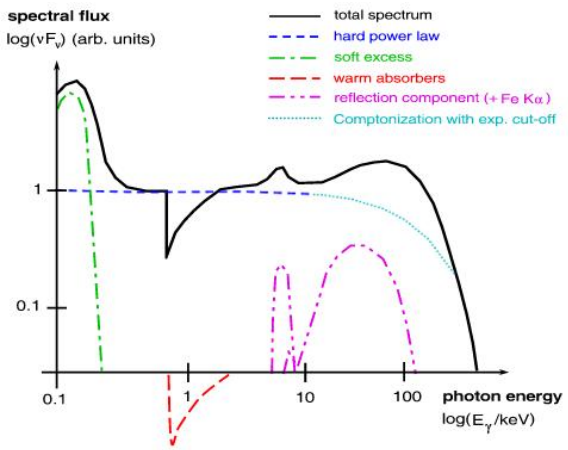

Abbildung 2.2: Spektrale Energiedichte einer Typ I AGN. Zusammengesetzt aus der thermischen (*soft excess*) und Sychrotron (*power law*) Emission der Akkretionsscheibe und des Zentralgebietes, comptongestreuter niederenergetischer Strahlung und Emissionslinien. Hinzu kommt die Abstrahung der Akkretionsscheibe auf Grund der Anregung durch die Compton-Strahlung (*reflection component*). Quelle: `http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/astro_emdt.html`

2.2 Genauere Betrachtung von Blazaren

Diese Arbeit setzt sich mit Beschleunigungs- und Strahlungsprozessen innerhalb von Jets auseinander. Aus diesem Grund sind jene Quellen interessant, bei denen die Strahlung hauptsächlich aus dem Jet kommt. Nach obigem Schema (vgl. Abschnitt 2.1.5 und Abbildung 2.4) sind das die AGN mit kleinem Inklinationswinkel δ, die Blazare. Im folgenden werden eine Unterteilung dieser Klasse und die grundlegenden Modelle für die Entstehung der beobachteten Emissionen dargelegt.

2.2.1 Eigenschaften von Blazaren

Die bereits genannten Eigenschaften von Blazaren wie die hohe Variabilität und Intensität im Gamma-Bereich sind direkte Konsequenzen aus dem relativistischen Charakter des Emissionsgebiets. Die Schwankungen können dabei innerhalb weniger Stunden bis zu 30% und über lange Zeiträumen einen Faktor ~ 100 betragen. Ei-

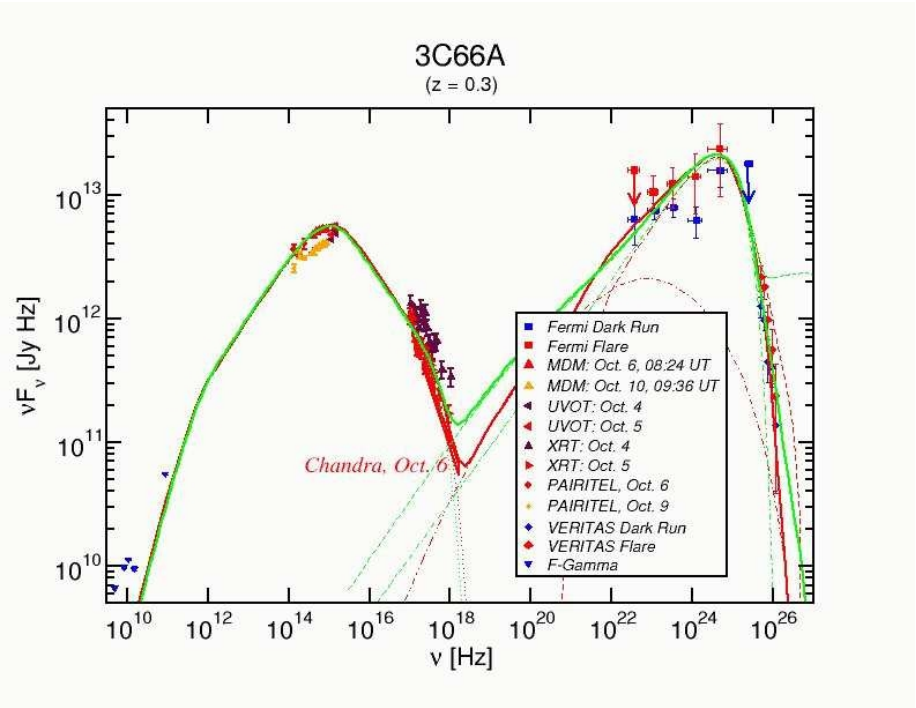

Abbildung 2.3: Beispiel einer spektralen Energiedichte (*engl.* spectral energy density - SED) eines BL-Lac Objektes am Beispiel von *3C66A* (Böttcher, 2010).

ne weitere charakteristische Eigenschaft ist die starke Polarisation von $30 - 40$ %. Darüber hinaus ist eine starke Korrelation zu elliptischen Galaxien festzustellen. Etwa 90 % der Blazare haben eine solche als Host-Galaxie (Carroll u. Ostlie, 1996). Durch Auflösung der Jetstruktur in verschiedenen Bändern (Radio-, optischer und Röntgenbereich; Sambruna u. a. 2002) konnten Knoten gefunden werden, die sich teilweise, scheinbar mit Überlichtgeschwindigkeit, vom Zentralgebiet entfernen (siehe Abschnitt 3.1). Diese sogenannten „Blobs“, physikalisch zusammenhängende Materieansammlungen, werden als Hauptquelle der Emissionen angesehen. In dem sich mit hohen Geschwindigkeiten durch den Jet bewegenden Plasma sind hochrelativistische Elektronen eingeschlossen, die, wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, das typische Blazar-Spektrum erzeugen.

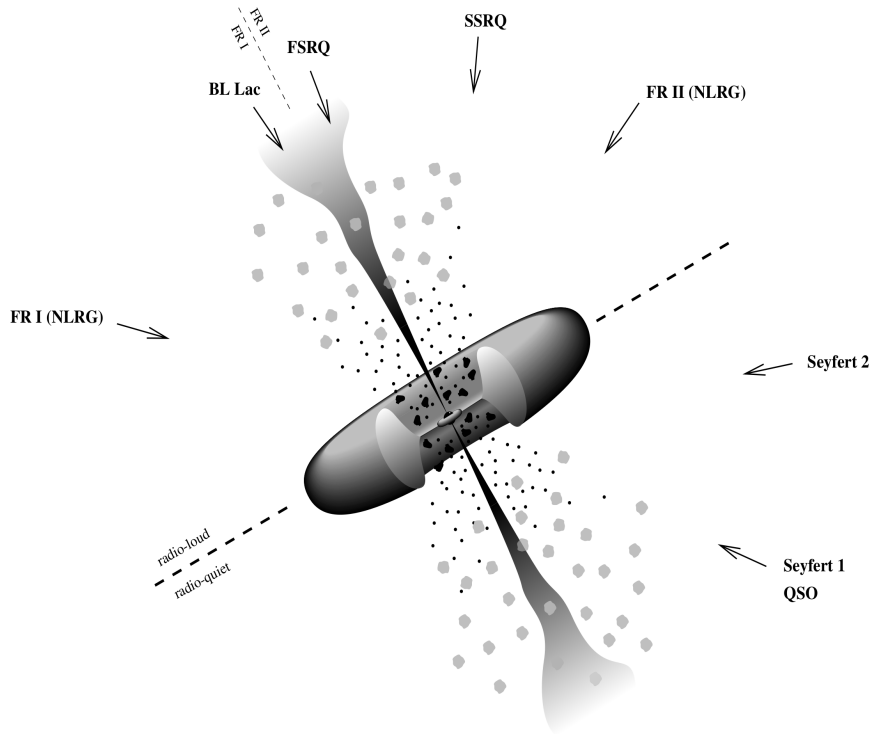

Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Einflusses unterschiedlicher Blickwinkel auf den AGN und die zugehörigen Objektklassen (Torres u. Anchordoqui, 2004).

2.2.2 Unterteilung der Blazare

Neben der historischen Aufteilung von Blazaren in BL-Lac-Objekte und FSRQs findet eine Unterteilung hauptsächlich über die Position des Synchrotron-Peaks und der relativen Stärke zwischen Synchrotron- und IC-Leistung statt. Obwohl die beiden Haupttypen (BL-Lac und FSRQ) in den meisten Eigenschaften des Spektrums übereinstimmen, scheinen sie mit unterschiedlichen Objekten zu korrelieren. Hinweise darauf bilden die bei FSRQs vorhandenen breiten Emissionslinien, die der Emission aus der Broad Line Region des vereinheitlichten AGN-Modells entspricht (vgl. Abschnitt 2.1.5). Verteilungen von Dopplerfaktoren ergeben für FSRQs im Mittel höhere Werte. Dies deutet darauf hin, dass BL-Lac-Objekte Erscheinungen geringerer Leistung sind. Die naheliegenden Verbindungen von FSRQs und FR-II bzw. BL-

	— δ abnehmend $\longrightarrow$		
	Quasar II	Quasar I	
radiolaut	FR-II	FSRQ	FSRQ
	FR-I	SSRQ	BL-Lac
radioleise	Seyfert II	Seyfert I	

Tabelle 2.1: Übersicht der verschiedenen AGN Klassen. Mit kleinerem Beobachtungswinkel ergeben sich nach rechts schwächer werdende Emissionslinien. Nach oben nimmt die bolometrische Intensität tendenziell zu . Typ I Quasare wurden in FSRQ (*engl.* flat spectrum radio quasars) und SSRQ (*engl.* steep spectrum radio quasars) unterteilt.

Lac-Objekten und FR-I Radiogalaxien werden durch die starke Übereinstimmung der jeweiligen Radioemissionen unterstützt (Padovani, 1992).

Eine weitere Unterteilung erfolgt jeweils qualitativ über das Vorhandensein starker Variabilität und Polarisation der Emissionen. So zeigen *Optically Violent Variable FSRQs* (OVV) und *Radio Selected BL-Lac* Objekte (RBL) solche extremen Eigenschaften. Die „leiseren“ Gegenstücke sind *Lobe Dominated Quasars* (LDQ) bzw. *X-Ray Selected BL-Lac*-Objekte (XBL). Quantitativ können BL-Lac Objekte nach der Position des Synchrotron Peaks klassifiziert werden. Man spricht von Low Synchrotron Peaked (LSP, $\nu_s \lesssim 10^{14}$ Hz) und High Synchrotron Peaked (HSP, $\nu_s \gtrsim 10^{14}$ Hz). Dazwischen liegende Objekte werden der Klasse der Intermediate Synchroton Peaked (ISP) BL-Lac zugeordnet. Die meisten XBL gehören der LSP und RBL der HSP Klasse an. Weiterhin vergrößert sich beim Übergang von HSP zu LSP das Verhältnis von maximalem Fluss des Invers-Compton Peaks zum Synchrotron Peak (Böttcher, 2010).

2.2.3 Modelle

Da man bei Typ-0 Quasaren unter sehr kleinem Winkel auf die Jetachse schaut, ist auch die beobachtete Strahlung hauptsächlich aus diesem Gebiet. Die Abgrenzung zu Typ-I Quasaren erfolgt über die unterschiedlichen Entstehungsorte der Strahlung und deren Eigenschaften. Die in Quasaren im optischen und weichen Röntgenbereich

dominante Akkretionsscheibe hat in Blazaren nur einen kleinen Anteil am Spektrum. Für die Entstehung der beiden charakteristischen Peaks im Röntgen- und Gamma-Bereich gibt es zwei recht unterschiedliche Modelle (Böttcher, 2010):

In sogenannten leptonischen Modellen wird der Peak im Röntgenbereich durch die Synchrotronstrahlung hochenergetischer Elektronen und Positronen verursacht, die durch Schockwellen im Jet beschleunigt werden. Ein geordnetes Magnetfeld führt zu den beobachteten Polarisationen. Der zweite Peak wird durch Invers-Compton-Streuung der Synchrotronphotonen an der selben Elektronpopulation hervorgerufen. Entsprechend spricht man von SSC-Modellen (*engl.* Synchrotron Self Compton).

Der erste Peak wird in sogenannten lepto-hadronischen Modellen ebenfalls durch Synchrotronemission der leptonischen Komponenten erklärt. Der Gamma-Peak wird hingegen durch Baryonen dominiert. Wird ein Großteil der Jetenergie für die Beschleunigung von Protonen genutzt und liegen starke Magnetfelder zum Einschluss der Protonen vor, können Energien ausreichend zur Pion-Produktion erreicht werden. In der Folge entstehen Teilchenkaskaden, deren Produkte wieder Synchrotronstrahlung aussenden. Da Simulationen hauptsächlich rechenintensive Monte Carlo Methoden verwenden, ist es schwierig Zeitentwicklungen zu simulieren. Prinzipiell sind die Variationszeitskalen durch die Kühlzeit der Protonen begrenzt.

2.3 Entstehung von Jets

Im vorherigen Abschnitt wurde dargelegt, dass Jets bei fast allen AGNs auftreten. Insbesondere bei Blazaren sind sie der entscheidende Schlüssel zum Verständnis der beobachteten spektralen Energiedichten (SED). Als Grundlage zur Modellbildung der physikalischen Prozesse, insbesondere der Emissionsprozesse innerhalb des Jets, ist das Wissen um ihre Entstehung notwendig. Zunächst wird die Akkretion beschrieben, die den Energiebedarf des AGN deckt. Anschließend folgen die beiden verbreitetsten Modelle zur Bildung der Jetstruktur.

2.3.1 Akkretion

Der Energiebedarf, den AGNs für ihre enorme Strahlungsleistung benötigen, wird aus der potentiellen Energie des Staubtorus im Gravitationsfeld des schwarzen Lochs gewonnen. Die Umwandlung in Strahlungsenergie erfolgt hauptsächlich in der Akkretionsscheibe (vgl. Abbildung 2.1).

Damit die Umwandlung der Energie möglichst effizient ist, muss das Drehmoment der einfallenden Materie nach außen transportiert werden. Unter der Annahme, dass dies vollständig geschieht, wird, dem Virialsatz folgend, die Hälfte der potentiellen Energie in Strahlung umgewandelt (Carroll u. Ostlie, 1996). Als erste Abschätzung erhält man:

$$\begin{aligned} E_{pot}(r) &= \frac{GMm}{r} \\ \dot{E}_{em}(r) &= \frac{GM\dot{m}}{2r} \\ L_{em} &\leq \frac{GM\dot{m}}{2r_S} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Die obere Grenze in der letzten Zeile erhält man durch Einsetzen des Schwarzschildradius $r_S = 2GMc^{-2}$ als kleinstmöglichen.

Tatsächlich reicht die Akkretionsscheibe nicht bis an den Ereignishorizont. Ab einer Entfernung von $r_{min} = 3r_S$ gibt es keine stabilen Kepplerbahnen mehr (Paczyńsky u. Wiita, 1980). Unter der Annahme, dass die Reibung an dieser Stelle verschwindet, fällt die Materie von dort an strahlungsfrei in das Schwarze Loch. Nimmt man weiterhin eine konstante und axialsymmetrische Akkretionsrate und instantane Abstrahlung der umgesetzten Energie an, erhalten Shakura u. Sunyaev (1973) für den Fluss von der Akkreionsscheibe folgende Relation:

$$F = \frac{3}{8\pi}\frac{GM\dot{m}}{r^3}\left(1 - \sqrt{\frac{r}{r_{min}}}\right) \tag{2.2}$$

Eine relativistische Betrachtung ohne Verwendung der Annahme der verschwindenden Reibung findet man u.a. in Noble, Krolik, u. Hawley (2009).

Um ein Modell für den soft excess (Abbildung 2.2) zu erhalten, kann man die Akkretionsscheibe als schwarzen Strahler nähern. Das modifizierte Planckspektrum erhält man aus dem Verlauf der effektiven Temperatur, den man über das Stefan-Boltzmann Gesetz bestimmen kann:

$$T_{eff}(r) = r^{-3/4} M^{1/4} \dot{m}^{1/4} \tag{2.3}$$

Neben der Abstrahlung von optischer und Röntgenstrahlung führen die erzeugten Temperaturen auch zur Ionisation der Scheibe, die für die Jetentstehung wichtig ist.

2.3.2 Blandford-Payne

Da das Zentralgebiet eines AGN im allgemeinen nicht beobachtbar ist, gibt es bisher kein verifiziertes Modell zur eigentlichen Entstehung des Jets, der Beschleunigung und Kollimation des Teilchenstroms.

Eines der beiden bekanntesten Modelle wurde von Blandford u. Payne (1982) vorgeschlagen. Die Autoren nehmen an, dass die Beschleunigung direkt mit den aus der ionisierten Akkretionsscheibe hervorgehenden Magnetfeldern verbunden ist. Löst man die magnetohydrodynamischen Gleichungen für eine flache Scheibe, erhält man ein in Abbildung 2.5 dargestelltes Magnetfeld. Insbesondere ergeben sich poloidale Feldlinien. Geladene Teilchen gyrieren um die Feldlinien. Ihr Schwerpunkt bewegt sich also effektiv entlang des Feldes. Durch die Rotation der Scheibe werden die Teilchen entlang der in der Scheibenmaterie eingefrorenen Feldlinien zentrifugal beschleunigt. Führen die Feldlinien flach ($\lesssim 60°$) aus der Scheibenebene, können die Teilchen entkommen.

Als Ausgleich für den magnetischen Druck der im Außenbereich der Scheibe dominanten, toroidalen Felder, biegen sich die Feldlinien in Richtung Rotationsachse, wodurch der Scheibenwind zu einem Jet fokussiert wird. Die Jetenergie wird in diesem Modell über die eingefrorenen Feldlinien aus dem Drehimpuls der Akkretionsscheibe gewonnen. Dies erfordert eine große Jetbasis.

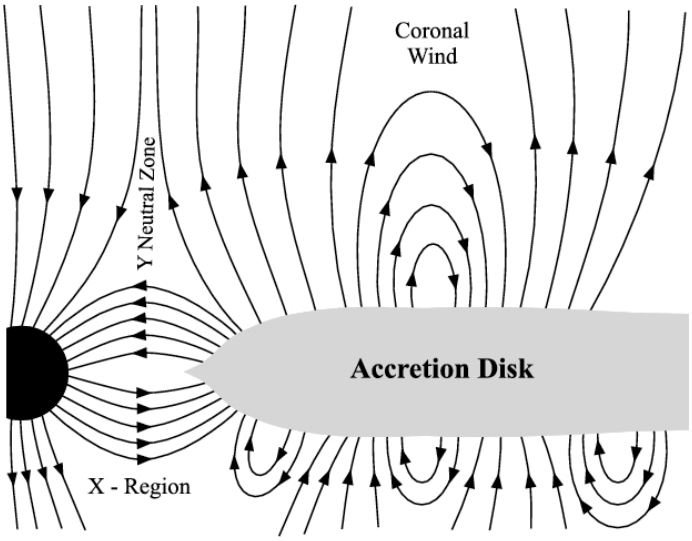

Abbildung 2.5: Schema der Geometrie des Magnetfeldes von Akkretionsscheibe und schwarzem Loch (de Gouveia Dal Pino u. a., 2010).

2.3.3 Blandford-Znajek

Ein zweiter, häufig favorisierter Prozess, beschreibt die Umwandlung der Rotationsenergie des schwarzen Lochs in Jetenergie (Blandford u. Znajek, 1977). Ein solches Objekt wird durch die Kerr-Metrik beschrieben. Daraus folgt die Existenz der sogenannten Ergosphäre, innerhalb derer Objekte nicht ruhen können. Dies ist eine Folge der sich drehenden Metrik, zu deren Ausgleich ein Objekt sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen müsste. Die Ergosphäre nimmt eine elliptische Form an und ihre Grenze befindet sich zwischen dem Schwarzschildradius und dem letzten stabilen Orbit. Durch die Bewegung geladener Teilchen würden, entsprechend der Argumentation im Abschnitt 2.3.2, rotierende Magnetfeldlinien entstehen, die eine elektromotorische Kraft induzieren, durch die es schließlich zur Teilchenbeschleunigung kommt. Die Details dieses Prozesses werden weiterhin diskutiert.

Eine alternative Theorie verwendet den sogenannten Penrose-Prozess (Penrose, 1969). Er beschreibt die Aufspaltung eines Teilchens beim Eintreten in die Ergosphäre. Dabei entsteht je ein Teilchen mit positiver bzw. negativer Energie, gemessen in einem unendlich weit entfernten Inertialsystem. Das Teilchen positiver Energie

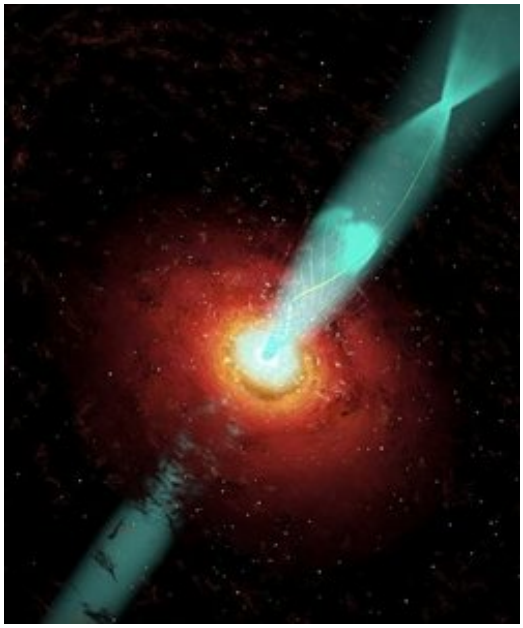

Abbildung 2.6: Jet-Ausfluss und Akkretionsscheibe eines AGN in schematischer Darstellung. Der Verlauf der Magnetfeldlinien in einer Spirale ist angedeutet. Quelle: `http://www.issibern.ch/teams/decrypt_model/`

entkommt dem schwarzen Loch und trägt zum Jet bei. Das andere Teilchen fällt in das Schwarze Loch, wobei dessen Drehmoment reduziert wird.

Eine Diskussion der Unterschiede dieser Modelle wird bei Komissarov (2009) geführt. Eine Vereinheitlichung beider wird durch die Eigenschaften des Vakuums innerhalb der Ergosphäre nahegelegt. Es verhält sich dort wie ein elektromagnetisch aktives Medium, in dem Wellen- und Pointing-Vektor in entgegengesetzte Richtung zeigen. Dies würde Teilchen negativer Energie entsprechen. Eine vollständige und widerspruchsfreie Beschreibung des Blandford-Znajek Prozesses existiert jedoch noch nicht.

Die Jetbasis wäre, unabhängig von den Prozessen innerhalb der Ergosphäre, sehr klein, wodurch eine Abgrenzung gegenüber dem Blandford-Payne Prozess möglich ist. Sollte eine Beobachtung der Zentralregion eines AGNs gelingen, würde dies weiteren Aufschluss über die Natur der Jetentstehung bringen.

Kapitel 3

Theorie

Im folgenden Kapitel werden die physikalischen Grundlagen beschrieben, die für das in dieser Arbeit vorgestellte Modell benötigt werden. Sie bilden die Grundlage für die numerische Beschreibung und Auswertung.

3.1 Relativistisches Beaming

Um die Ergebnisse von Modellen, die relativistische Systeme beschreiben, mit Messungen im Laborsystem (auf der Erde) zu vergleichen, ist es nötig, alle Größen in das entsprechende Ruhesystem zu transformieren (*engl.* to beam). Dies geschieht durch eine Lorentztransformation. Da sich der Jet und somit auch das emittierende Plasma mit hochrelativistischen Geschwindigkeiten ausbreitet, müssen verschiedene Größen angepasst werden:

Die Veränderung der Frequenz wird durch den relativistischen Doppler-Effekt bestimmt. Es gilt

$$\nu_{obs} = D\nu_{em} \quad , \tag{3.1}$$

wobei sich der Dopplerfaktor zu

$$D = \frac{1}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c}\cos(\theta)\right)} \tag{3.2}$$

berechnet und $\gamma = (\sqrt{1-\beta^2})^{-1}$. Bei einem sich auf den Beobachter zubewegenden Jet kommt es also zu einer Blauverschiebung.

Eine Relation zwischen den auftretenden Zeitskalen im Jet- und Labor-System erhält man aus der Tatsache, dass $\nu\Delta t$ ein Lorentzskalar ist, dessen Wert unter Lorentztransformationen invariant ist. Daraus ergibt sich

$$\Delta t_{obs} = \frac{\Delta t_{em}}{D} \quad . \tag{3.3}$$

Zeitliche Abläufe im Jet werden demnach durch den Beobachter um den Dopplerfaktor D schneller wahrgenommen.

Die oben beschriebene Blauverschiebung hat nicht nur Einfluss auf die beobachtete Frequenz, sondern auch auf die Intensität. Da diese proportional zur abgestrahlten Energiemenge ist, die wiederum über die Dispersionsrelation für Photonen proportional zur Frequenz ist, ergibt sich ebenfalls eine Erhöhung um den Dopllerfaktor. Ein weiterer Effekt ist die Änderung der Abstrahlungscharakteristik, die für hochrelativistische Emitter stark vorwärtsgerichtet ist. Daraus erhält man einen weiteren Faktor D^2 (Begelman u. a., 1984). Insgesamt ergibt sich für die frequenzabhängige Intensität

$$I_{\nu,obs} = D^3 I_{\nu,em} \quad . \tag{3.4}$$

Für die Gesamtintensität, integriert über alle Frequenzen, kommt ein weiterer Faktor D hinzu. Für die frequenzabhängige Intensität kürzt sich dieser über die Abhängigkeit $I_\nu \propto \frac{dE}{dtd\nu}$, entsprechend der obigen Betrachtung des Lorentzskalars.

Aus diesen Abhängigkeiten sind die sehr hohen gemessenen Flussdichten, die man von Quellen mit hochrelativistischen Ausflüssen wie AGNs misst, gut erklärbar. Weiterhin lässt sich das Problem der scheinbaren Asymmetrie aufheben, wenn bei Quellen nur ein Jet in einer Richtung von der Quelle zu sehen ist. Die Sichtlinie zum Beobachter schliesst mit dem Gegen-Jet den Winkel $\pi - \theta$ ein, der nun anstatt θ in (3.2) eingeht. Es folgt für den sich wegbewegenden Jet $D_{gegen} < 0$. Für kleine Winkel kann man abschätzen $D_{gegen} \approx D^{-1}$, woraus für die Intensitäten im Laborsystem folgt:

$$I_{\nu,gegen} \approx D^{-6} I_\nu \tag{3.5}$$

Der Gegen-Jet wird auf Grund der großen Dopplerfaktoren und der hohen Abhängigkeit von diesen wesentlich schwächer wahrgenommen als der auf uns zukommende.

Für das in dieser Arbeit entwickelte ortsaufgelöste Modell ist es auch nötig, die Änderung der Längen zu betrachten. Die spezielle Relativitätstheorie gibt für senkrecht zur Beobachtungsrichtung bewegte Längenskalen den Zuammenhang

$$l' = \frac{l}{\gamma} \quad . \tag{3.6}$$

Wird zwischen Bewegungsrichtung und Sichtlinie ein kleinerer Winkel als $\pi/2$ eingeschlossen, wie es bei Jets der Fall ist, muss auch der Laufzeitunterschied der Photonen berücksichtigt werden:

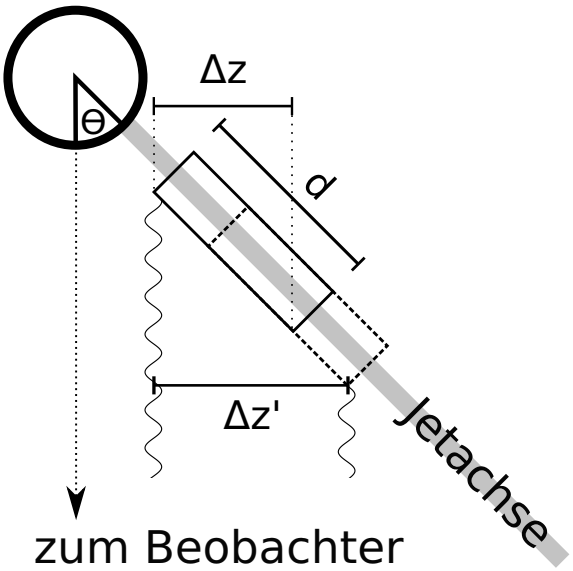

Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der scheinbaren Längenexpansion von Emissionsgebieten.

Betrachtet wird ein Emissionsgebiet der Länge d, das sich mit $v = \beta c$ entlang der Jetachse bewegt, die mit der Sichtlinie den Winkel θ einschließt. Die klassische und bei $c = \infty$ vom Beobachter wahrgenommene Länge ist $\Delta z = d \sin\theta$ (Abb. 3.1).

Man betrachtet ein Photon, das bei t_0 am linken Ende des Emissionsgebietes

emittiert wird. Ein weiteres Photon wird am entgegengesetzten Ende zum Zeitpunkt $t_1 = t_0 + \Delta t$ emittiert. Zunächst wird jenes Δt berechnet, für das die beiden Photonen gleichzeitig beim Beobachter ankommen. Daraus erhält man die Strecke, um die sich das Emissionsgebiet in dieser Zeit bewegt hat und somit die scheinbare Länge des selben.

Die vom ersten Photon zurückgelegte Strecke soll gleich der Summe aus d und der vom Emissionsgebiet zurückgelegten Strecke sein, projiziert auf die Sichtlinie:

$$\begin{aligned} c \cdot \Delta t &= \cos(\theta)(d + \beta \cdot c \cdot \Delta t) \\ \Delta t &= \frac{d\cos(\theta)}{c(1 - \beta\cos(\theta))} \end{aligned} \tag{3.7}$$

Setzt man (3.7) für die Berechnung der Strecke ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta z' &= (d + \beta \cdot c \cdot \Delta t)\sin(\theta) \\ &= d\sin(\theta)\left(1 + \frac{\cos(\theta)}{c(1 - \beta\cos(\theta))}\right) \\ \Delta z' &= \Delta z \left(\frac{1}{1 - \beta\cos(\theta)}\right) \end{aligned} \tag{3.8}$$

Schließlich wurde in (3.8) noch nicht die relativistische Längekontraktion (3.6) berücksichtigt:

$$\Delta z_{obs} = \Delta z \left(\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta\cos(\theta)}\right) \tag{3.9}$$

Auf äquivalente Weise lässt sich eine andere interessante Auswirkung relativistischer Emissionsgebiete quantifizieren: Die scheinbare Ausbreitung mit Überlichtgeschwindigkeit. Teilt man von den oben berechneten Größen die scheinbar zurückgelegte Strecke durch die Zeitdifferenz Δt, so erhält man:

$$v_{obs} = \frac{v_{jet}\sin(\theta)}{1 - \beta_{jet}\cos\theta} \tag{3.10}$$

Der Ausdruck (3.10) kann bei $\beta_{jet} \lesssim 1$ für viele Winkel größere Werte als die

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum annehmen.

3.2 Kosmologische Korrekturen des Spektrums

Neben dem bisher beschriebenen *beaming* sind für weiter entfernte (etwa $z > 0{,}2$) hochenergetische ($E \gtrsim 1TeV$) Quellen weitere Korrekturen an dem an der Quelle erzeugten Spektrum notwendig.

3.2.1 Kosmologische Rotverschiebung

Das Universum kann nicht durch einen Euklidischen Raum beschrieben werden, sondern entspricht in seiner Geometrie einer gekrümmten Raumzeit. Somit ändert sich, im Vergleich zur lokalen Beobachtung, die Ausbreitung von elektromagnetischer Strahlung auf kosmologischen Skalen. Diese erfolgt entsprechend der allgemeinen Relativitätstheorie entlang nullgeodätischer Linien ($ds^2 = 0$). Über die Metrik folgt daraus:

$$\frac{dt}{a(t)} = const \tag{3.11}$$

Hier bezeichnet $a(t)$ den Skalenfaktor. Dieser ergibt sich über die Robertson-Walker-Metrik aus dem betrachteten Weltmodell, welches die Friedmann-Gleichung festlegt (Weinberg, 2008). Durch die Expansion des Universums und dem dadurch anwachsenden Skalenfaktor müssen die Zeitskalen zwischen Emsission und Beobachtung umgerechnet werden. Dies wirkt sich auch auf die beobachtete Frequenz aus:

$$\frac{\nu_{obs}}{\nu_{em}} = \frac{\Delta t_{em}}{\Delta t_{obs}} = \frac{a(t_{em})}{a(t_{obs})} \tag{3.12}$$

Kombiniert mit der Definition der Rotverschiebung $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ erhält man die beiden Zusammenhänge

$$\nu_{obs} = \frac{\nu_{em}}{1+z} \quad , \tag{3.13}$$

die Abhängigkeit der beobachteten Frequenz von der Rotverschiebung der Quelle und

$$1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})} \quad , \tag{3.14}$$

das Verhältnis zwischen Rotverschiebung und Skalenfaktor.

3.2.2 Extragalaktisches Hintergrundlicht

Der intergalaktische Raum ist nicht leer und dunkel, sondern erfüllt von einem diffusen Hintergrundlicht, dem EBL (*engl.* extragalactic background light). Dieser Strahlungshintergrund, zu dem auch der Kosmische Mikrowellen Hintergrund (*engl.* Cosmic Microwave Background - CMB) gehört, ist wichtig für die Untersuchung großskaliger Strukturen des Universums. Das EBL gibt Aufschluss über die Zustände der Frühphase nach dem Urknall (*engl.* Big Bang) und war auch der entscheidende Beweis für diesen. Gespeist wird der Strahlungshintergrund durch den CMB sowie alle extragalaktischen Strahlungsquellen.

Bereits kurz nach der Entdeckung des CMB wurde klar, dass der extragalaktische Hintergrund auch einen Einfluss auf die Beobachtung extragalaktischer Quellen hat (Gould u. Schréder, 1966). Treffen hochenergetische Gammaquanten auf Photonen des EBL und ist ihre Gesamtenergie größer der zweifachen Ruheenergie von Elektronen, so kann es zur Elektron-Positron Paarerzeugung kommen. Der Wirkungsquerschnitt ist jedoch eine Funktion beider Photonenenergien

$$\sigma(E, \epsilon) \propto \varphi\left(\frac{\epsilon \cdot E}{m_e c^2}\right) \tag{3.15}$$

(Jelley, 1966). Das Auftreten der Paarerzeugung wird um so wahrscheinlicher, je höher die Energie des γ-Quants ist. Mit Abschätzungen zu den Erzeugungsraten extragalaktischer Quellen während der Evolution des Universums lässt sich die optische Tiefe finden. Daraus erhält man die Rotverschiebung in Abhängigkeit der Energie, bis zu der Quellen von Strahlung eben jener Energie zu beobachten sind. Mit einem kompletten EBL-Modell kann man zwischen emittiertem und beobachtetem Spektrum umrechnen, sofern die Rotverschiebung bekannt ist. Ist die Physik der Entstehung

von Strahlung für eine Klasse von Quellen hinreichend bekannt, können wiederum aus den beobachteten Spektren Einschränkungen für EBL-Modelle gewonnen werden (Kneiske, Bretz, Mannheim, u. Hartmann, 2004).

3.3 Teilchenbeschleunigung

Im Abschnitt 2.2.3 wurde dargelegt, wie es innerhalb des Jets zur Emission von Strahlung kommt, die für die bei Blazaren beobachteten SEDs verantwortlich sind. Voraussetzung für diese Pozesse ist das Vorhandensein hochrelativistischer Elektronen oder Positronen. Die Annahme, die Beschleunigung erfolge im Zuge der Jetentstehung an dessen Basis, führt zu Widersprüchen:

Die räumlich größten Jetstrukturen (z.B. *3C236*) haben eine Ausdehnung der Größenordnung $\sim Mpc$ (Carroll u. Ostlie, 1996). Entsprechend würden Elektronen auch bei einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit mehrere Millionen Jahre benötigen, um das Ende des Jets zu erreichen. Die aus den SEDs gefolgerte Synchrotronstrahlung würde aber bereits nach $\sim 10^4$ Jahren die Elektronen weitgehend gekühlt haben. Es muss demnach einen effektiven Beschleunigungsmechanismus im gesamten Bereich des Jets geben. Dieser sollte in bzw. nahe der beobachteten Blobs deutlich stärker sein. Zwei Prozesse werden für die Beschleunigung verantwortlich gemacht.

3.3.1 Fermi II-Prozess

Der ursprünglich von Fermi vorgeschlagene Prozess (Fermi, 1949) wird heute zumeist als Fermi-II bezeichnet. Darin wird ein statistischer Effekt beschrieben, der im Mittel Teilchen beschleunigt, die an Gaswolken mit zufälliger Geschwindigkeit streuen (Abbildung 3.2).

Für die Herleitung des mittleren Energiegewinns pro Streuung werden zunächst folgende Annahmen gemacht:

a) Die Streuung erfolgt an Magnetfeld-Irregularitäten und ist somit kollisionsfrei.

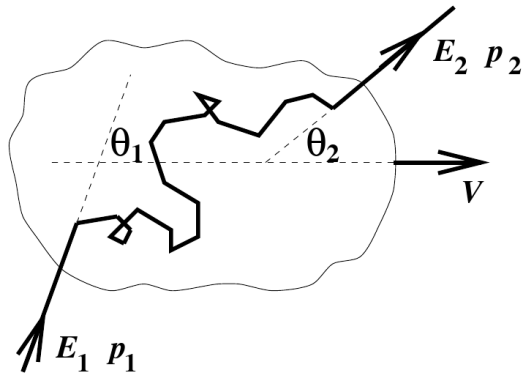

Abbildung 3.2: Darstellung der Streuung von hoch energetischen Teilchen an Plasmawolken (Protheroe u. Clay, 2004).

b) Die Streuung erfolgt an der Wolke als Ganzem, deren Masse die des Teilchens deutlich übersteigt. Somit ist die Energie des Teilchens innerhalb des Ruhesystems der Wolke konstant ($E_1' = E_2'$).

c) Da das Teilchen eine Vielzahl von Richtungsänderungen erfährt, ist der Austrittswinkel vollständig zufällig ($\frac{dP}{d\Omega} = 1$).

Den Lorentzboost des Teilchens in das Ruhesystem der Gaswolke erhält man aus den Gleichungen in Abschnitt 3.1:

$$E_1' = \gamma E_1(1 - \beta\cos(\theta_1)) \tag{3.16}$$

$$E_2 = \gamma E_2'(1 + \beta\cos(\theta_2)) \tag{3.17}$$

Die Geschwindigkeit der Plasmawolke ist mit β bezeichnet ($c = 1$), γ ist ihr Lorentzfaktor. Zusammen mit den Annahmen a) und b) erhalten wir für den relativen Energiegewinn:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta\cos(\theta_1) + \beta\cos(\theta_2) - \beta^2\cos(\theta_1)\cos(\theta_2)}{1 - \beta^2} - 1 \tag{3.18}$$

Die mittleren Winkel berechnen sich über

$$\langle\cos(\theta)\rangle = \frac{\int d\Omega \cos(\theta)\frac{dP}{d\Omega}}{\int d\Omega \frac{dP}{d\Omega}} \quad . \tag{3.19}$$

Die Teilchen besitzen bereits eine hohe Geschwindigkeit ($v \approx c$), weshalb sie häufiger frontal auf Wolken treffen. Man erhält:

$$\frac{dP}{d\Omega_1} \propto (1 - \beta\cos(\theta_1)) \tag{3.20}$$

Setzt man die Annahme c) und (3.20) in (3.19) ein, ergeben sich

$$\langle\cos(\theta_2)\rangle = 0 \qquad\qquad \langle\cos(\theta_1)\rangle = -\frac{\beta}{3} \tag{3.21}$$

und schließlich

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\frac{4}{3}\beta^2}{1-\beta^2} \approx \frac{4}{3}\beta^2 \quad . \tag{3.22}$$

Die letzte Näherung gilt für $\beta \ll 1$. Der Energiegewinn geht in zweiter Ordnung mit der Plasmageschwindigkeit.

Die obige Herleitung ist prinzipiell auch auf physikalische Umgebungen anwendbar, in denen andere Streuzentren dominieren. In hochrelativistischen Jets wird die Wechselwirkung mit Alfvén Moden den Hauptbeitrag liefern. Für sehr schnelle Teilchen ($v \gg V_A \rightarrow v \approx c$, V_A Alfvéngeschwindigkeit) und eine isotrope Alfvén-Wellen-Verteilung erhält man für den Energiegewinn (Schlickeiser, 2002):

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4}{3}\left(\frac{V_A}{c}\right)^2 \tag{3.23}$$

Der Energiegewinn pro Zeit, der letztlich in eine numerische Behandlung eingeht, hängt neben dem mittleren Gewinn pro Streuereignis ebenso von der Streurate ab.

3.3.2 Fermi I-Prozess

Neben der ursprünglichen Theorie von Fermi wurde Ende der 70er Jahre ein weiterer Prozess beschrieben, der eine sehr effiziente Beschleunigung kosmischer Teilchen an Schockfronten vorhersagt. Dies war nötig um die Beobachtungen aus der Umgebung der Schocks von Supernovae zu erklären. Das hinter dem Prozess stehende Prinzip basiert auf dem Fermi-II Prozess. Teilchen werden wiederum an Inhomogenitäten im Plasma gestreut. Der rein stochastische Charakter wird jedoch nahe der Schockfront aufgehoben, da nacheinander erfolgende Streuungen häufig auf verschiedenen Seiten des Schocks erfolgen. Zur Herleitung des Energiegewinns pro Schocküberquerung

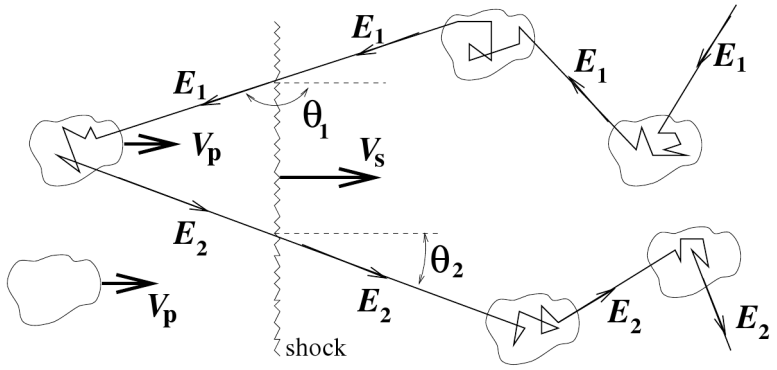

Abbildung 3.3: Darstellung des Ablaufs des Fermi-I-Prozesses (Protheroe u. Clay, 2004).

kann man Gleichung (3.18) noch einmal verwenden. Da sich jetzt die Schockfront auf die als isotrop angenommene Teilchenverteilung zubewegt (Abbildung 3.3), ergeben sich andere mittlere Winkel θ_1 und θ_2. Für kleine Schockgeschwindigkeiten V_S bleibt die Verteilung auch im Bezugssystem des Schocks isotrop. Man erhält für die

Mittelwerte:

$$\langle\cos(\theta_1)\rangle = \frac{\int_{V_s/v}^{1} \cos(\theta_1)(V_S - v\cos(\theta_1))\ \mathrm{d}(\cos(\theta_1))}{\int_{V_s/v}^{1} (V_S - v\cos(\theta_1))\ \mathrm{d}(\cos(\theta_1))} \approx -\frac{2}{3} \tag{3.24}$$

$$\langle\cos(\theta_2)\rangle = \frac{\int_{V_s/v}^{1} \cos(\theta_2)(V_S + v\cos(\theta_2))\ \mathrm{d}(\cos(\theta_2))}{\int_{V_s/v}^{1} (V_S + v\cos(\theta_2))\ \mathrm{d}(\cos(\theta_2))} \approx \frac{2}{3} \tag{3.25}$$

Daraus ergibt sich der relative Energiegewinn

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4}{3}\frac{V_P}{c} = \frac{4(R-1)}{3R}\frac{V_S}{c} \quad . \tag{3.26}$$

Er ist zunächst proportional zur Plasmageschwindigkeit im Downstream, da die dor-

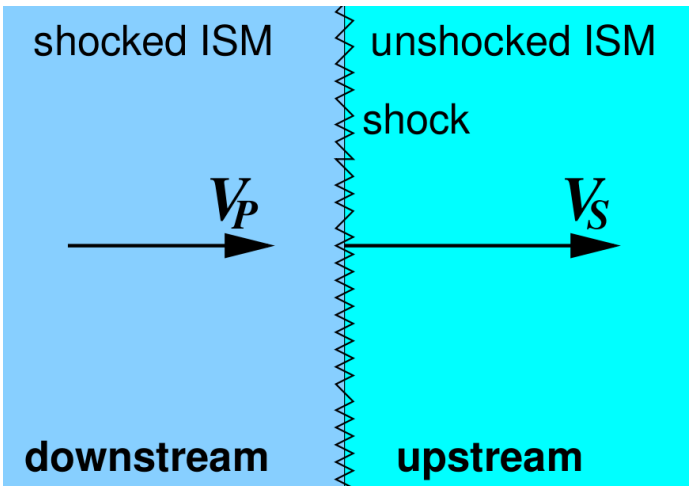

Abbildung 3.4: Schema der Schockfront und des umliegenden Raumes. Der Schock läuft mit V_S in das ruhende Plasma im Upstream. Das Plasma im Downstream-Bereich bewegt sich im Upstream-Ruhesystem mit V_P (Protheroe u. Clay, 2004).

tige Plasmageschwindigkeit, gesehen aus dem Upstream-System, die Geschwindigkeit der Streuzentren ist (vgl. Abbildung 3.4). Das zweite Gleichheitszeichen ergibt sich aus der Definition der Kompressionsrate R:

$$R = \frac{\rho_d}{\rho_u} = \frac{v_u}{v_d} \tag{3.27}$$

Die Dichten auf beiden Seiten des Schocks sind mit ρ bezeichnet, $v_d = V_P - V_S$ und $v_u = -V_S$ sind die beiden Plasmageschwindigkeiten im Schockframe.

3.4 Strahlungstheorie

Die Beobachtung astrophysikalischer Prozesse erfolgt naturgemäß aus für den Menschen schwer vorstellbaren Entfernungen. Um einen Vergleich zwischen Beobachtung und Theorie überhaupt zu ermöglichen, ist das Wissen um die Natur der für die Beobachtung genutzten Strahlung und ihrer Ausbreitung essentiell. Im Folgenden werden die wichtigsten Strahlungsgrößen, ihr Zusammenhang zur Entfernung der Quelle und der Strahlungstransport besprochen.

3.4.1 Strahlungsgrößen

In jedem Raumpunkt kann das Strahlungsfeld durch seine Intensität I_ν in Abhängigkeit der Frequenz repräsentiert werden. Sie ist definiert über:

$$\mathrm{d}E_\nu = I_\nu \ \mathrm{d}t \ \mathrm{d}A \ \mathrm{d}\Omega \ \mathrm{d}\nu \tag{3.28}$$

Die Intensität ist die Energiemenge, die pro Zeiteinheit im Intervall $[\nu, \nu + \mathrm{d}\nu]$ über die Strahlung durch das projizierte Flächenelement $\mathrm{d}A$ in den Raumwinkel $\mathrm{d}\Omega$ transportiert wird. Die Einheit ergibt sich daraus zu $[I_\nu] = erg\ cm^{-2}\ s^{-1}\ Hz^{-1}\ sr^{-1}$. Die projizierte Fläche erhält man aus dem Fächenelement $\mathrm{d}\sigma$ und dem von Sichtlinie und Flächennormale eingeschlossenen Winkel θ:

$$\mathrm{d}A = \cos(\theta) \ \mathrm{d}\sigma \tag{3.29}$$

Betrachtet man ein weiteres Flächenelement $\mathrm{d}\sigma$, durch das in einer Entfernung r die abgestrahlte Energie absorbiert wird, so lässt sich zeigen, dass die Intensität konstant bleibt. Dies folgt unter der Annahme der Energieerhaltung während des Strahlungstransportes aus der wechselseitigen Abhängigkeit der Raumwinkel über den Abstand ($\mathrm{d}\Omega = r^{-2} \ \cos\theta' \ \mathrm{d}\sigma'$).

Als Fluss $\mathcal{F}_\nu$ bezeichnet man die über alle Raumwinkel integrierte Intensität, wobei die Abhängigkeit des projizierten Flächenelements vom Polarwinkel berücksichtigt werden muss:

$$\mathcal{F}_\nu \ \mathrm{d}\sigma = \int I_\nu \ \cos\theta \ \mathrm{d}\sigma \ \mathrm{d}\Omega \tag{3.30}$$

Den Gesamtfluss $\mathcal{F}$ erhält man aus der Integration über die Frequenz.

Liegt ein isotropes Strahlungsfeld vor, so verschwindet der Fluss an jeder Stelle. Deshalb unterscheidet man zumeist zwischen Ausstrahlungs- und Einstrahlungshemisphäre. So lässt sich an der Oberfläche eines Sterns die in Richtung des Zentrums gerichtete Strahlung vernachlässigen und die Integration von θ erfolgt nur über das Intervall $[0, \pi/2]$. Ist die Intensität $I(\phi, \theta) = I_0$ konstant, erhält man für den Fluss auf der Oberfläche:

$$\mathcal{F}_{Ob} = \int_0^{\pi/2} \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \ I_0 \ \cos(\theta)\sin(\theta) = \pi \ I_0 \tag{3.31}$$

Aus der Konstanz der Intensität und der Definition des Raumwinkels $\Omega = \frac{A}{r^2}$ ergibt sich der gemessene Fluss in einer Entfernung r von der Quelle:

$$\mathcal{F}(r) = I_0\Omega = I_0\frac{\pi R^2}{r^2} = \mathcal{F}_{Ob}\frac{R^2}{r^2} \tag{3.32}$$

Die gesamte Strahlungsleistung oder Leuchtkraft L einer Quelle erhält man aus der Integration des Flusses über die gesamte Oberfläche. Für den Fall einer Kugelsymmetrie und konstanten Flusses auf der Oberfläche vereinfacht sich das Integral zu

$$L = \int \mathcal{F} \ \mathrm{d}\sigma = A \cdot \mathcal{F}_{Ob} = 4\pi R^2 \mathcal{F}_{Ob} \quad . \tag{3.33}$$

Zusammen mit (3.32) folgt schließlich für den Fluss:

$$\mathcal{F}(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \tag{3.34}$$

Photonenzahldichte

Für viele der im Folgenden (Abschitt 3.5) beschriebenen Prozesse ist nicht das Strahlungsfeld, sondern das Teilchenbild wichtig. Die maßgebliche Größe ist hier die Photonenzahldichte - die Anzahl der Photonen pro Volumenelement und Frequenzintervall:

$$n_{ph} = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V\ \mathrm{d}\nu} \tag{3.35}$$

Mit Hilfe der beiden Zusammenhänge $E_{ph} = h\nu$ und $\mathrm{d}V = c\ \mathrm{d}t\ \mathrm{d}A$ erhält man die Abhängigkeit zwischen Photonenzahldichte und Intensität:

$$n_{ph} = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V\ \mathrm{d}\nu} = \frac{1}{h\nu} \cdot \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V\ \mathrm{d}\nu} \tag{3.36}$$

$$= \frac{1}{h\nu c} \cdot \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}A\ \mathrm{d}\nu\ \mathrm{d}t} \tag{3.37}$$

$$= \frac{1}{h\nu c} \int I_\nu\ \mathrm{d}\Omega \tag{3.38}$$

Im isotropen Fall führt das Integral auf einen Faktor 4π.

3.4.2 Strahlungstransport

Um eine Gleichung zur Beschreibung des Strahlungstransportes zu erhalten, müssen zunächst die beiden Prozesse quantifiziert werden, die diese Ausbreitung bestimmen, Absorption und Emission.

Absorption

Der sogenannte Absorptionskoeffizient κ_ν wird über den Wirkungsquerschnitt pro Volumeneinheit definiert. Bezeichnet n die Volumendichte der Streuzentren und σ_ν deren frequenzabhängigen Wirkungsquerschnitt, so erhält man für den Absorptionskoeffizienten:

$$\kappa_\nu = n\ \sigma_\nu = l_{mfp}^{-1} \tag{3.39}$$

Die mittlere freie Weglänge l_{mfp} (*engl.* mean free path) ist die Strecke, die Photonen durchschnittlich zurück legen, bevor es zur Absorption kommt. Somit ist die Einheit des Absorptionskoeffizienten $[\kappa_\nu] = cm^{-1}$. Weiterhin muss die Änderung der Intensität proportional zur Intensität sein, woraus folgt:

$$\mathrm{d}I_\nu = -I_\nu \; \kappa_\nu \; \mathrm{d}s \tag{3.40}$$

Emission

Die Emission wird analog durch den Emissionskoeffizienten ϵ_ν beschrieben. Er hängt von der Frequenz und im Allgemeinen von der Richtung der Emission ab. Berechnet werden kann er aus den physikalischen und chemischen Eigenschaften der Materie im entsprechenden Raumgebiet.

In den meisten Fällen ist der Emissionskoeffizient unabhängig von der einfallenden Strahlung. Ausnahmen sind z.B. astrophysikalische Maser-Aktivitäten (*engl.* microwave amplification by stimulated emission of radiation) und die inverse Comptonstreuung. Der Intensitätszuwachs pro Wegelement ergibt sich zu:

$$\mathrm{d}I_\nu = \epsilon_\nu \; \mathrm{d}s \tag{3.41}$$

Strahlungstransportgleichung

Die Gesamtbilanz ergibt sich aus der Summe von Absorption und Emission

$$\mathrm{d}I_\nu = (-\kappa_\nu I_\nu + \epsilon_\nu) \; \mathrm{d}s \quad . \tag{3.42}$$

Führt man die sogenannte optische Tiefe $\mathrm{d}\tau_\nu = \kappa_\nu \; \mathrm{d}s$ und die Quellenfunktion $S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu}$ ein, vereinfacht sich die Transportgleichung zu

$$\frac{\mathrm{d}I_\nu}{\mathrm{d}\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \quad . \tag{3.43}$$

Durch Integration über die optische Tiefe erhält man die integrale Form der Strahlungstransportgleichung. Um die Intensität nach dem Durchlaufen eines Raumgebie-

tes zu erhalten (z.B. an der Oberfläche eines Sterns) erfolgt die Integration aus dem Anfangswert in der optischen Tiefe $-\tau_\nu$ bis an die Oberfläche ($\tau_\nu = 0$). Man erhält:

$$I_\nu(\tau_\nu = 0) = I_\nu^0 \cdot e^{-\tau_\nu} + \int_{-\tau_\nu}^{0} S_\nu \cdot e^{\tau'_\nu} \, \mathrm{d}\tau'_\nu \tag{3.44}$$

Ist die Quellenfunktion konstant, vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$I_\nu(\tau_\nu = 0) = I_\nu^0 \cdot e^{-\tau_\nu} + S_\nu \cdot (1 - e^{-\tau_\nu}) \tag{3.45}$$

Im Fall einer schwachen Hintergrundstrahlung ($I_\nu^0 \approx 0$) lassen sich zwei Grenzwerte für die Intensität an einer Oberfläche angeben:

a) Das optisch dicke Medium ($\tau_\nu \gg 1$), bei dem die Emissionen nahe der Oberfläche dominieren: $I_\nu = S_\nu$.

b) Das optisch dünne Medium ($\tau_\nu \ll 1$). Aus der Taylorentwicklung bis zur ersten Ordnung erhält man $I_\nu = \epsilon_\nu \cdot s$, wobei $s = \int_{-\tau_\nu}^{0} \mathrm{d}s$ die Länge der Transportstrecke bezeichnet.

Für eine starke Hintergrundquelle erhält man je nach Verhältnis der Größen ein Absorptions- oder Emissionslinienspektrum.

3.5 Strahlungsprozesse

Nach dem im vorherigen Abschnitt 3.4 der Transport von Strahlung aus den Emissiongebieten behandelt wurde, werden im Folgenden die physikalischen Prozesse vorgestellt, welche die Größen κ_ν und ϵ_ν in Gleichung (3.42) bestimmen. Entsprechend des leptonischen Modells dominieren in dieser Arbeit Wechselwirkungen hochrelativistischer Elektronen mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld. Der Ursprung der benötigten Elektronenpopulationen wurde in Abschnitt 3.3 beschrieben.

3.5.1 Synchrotronstrahlung

Bewegen sich geladene Teilchen in einem Magnetfeld, so werden sie auf Bahnen gezwungen, die Schraubenlinien entsprechen. Auf Grund der dabei auftretenden Beschleunigungen erleiden sie Strahlungsverluste. Handelt es sich um relativistische Elektronen, so spricht man von Synchrotronstrahlung. Der Prozess erzeugt ein nichtthermisches, kontinuierliches Spektrum.

Die charakteristische Frequenz der Synchrotronstrahlung, bei der die abgestrahlte Leistung maximal wird, ergibt sich zu

$$\nu_c = \frac{3\gamma^2 qB}{4\pi mc} \quad . \tag{3.46}$$

Das Leistungsspektrum, also die in einem Frequenzintervall emittierte Leistung monoenergetischer Elektronen, geben Korchakov u. Syrovatskii (1962) mit

$$P_\nu(\gamma,\nu) = \frac{\sqrt{3}\ q^3 B}{m\ c^2} \cdot \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} \mathrm{d}\eta\ K_{\frac{5}{3}}(\eta) \tag{3.47}$$

an. Hier bezeichnen q und m die Ladung bzw. Masse der abstrahlenden Teilchen. Das Magnetfeld senkrecht zur Bewegungsrichtung wurde mit B bezeichnet. Der Integrand $K_{\frac{5}{3}}(\eta)$ ist die modifizierte Besselfunktion der Ordnung 5/3.

Zur Berechnung der Gesamtleistung eines einzelnen Teilchens ist das Integral des Leistungsspektrums über alle Frequenzen zu bilden. Ginzburg u. Syrovatskii (1965) geben diese in Abhängigkeit des Lorentzfaktors γ an:

$$P_{sync} = \frac{2\ q^4 B^2}{3\ m^2 c^3}\gamma^2 \tag{3.48}$$

Bezogen auf den Lorentzfaktor der Elektronen lässt sich der Verlust über $E = \gamma mc^2$ durch

$$P_{sync,\gamma} = \frac{2\ q^4 B^2}{3\ m^3 c^5}\gamma^2 = \beta_s \gamma^2 \tag{3.49}$$

ausdrücken. Ist die vorliegende Elektronenpopulation nicht monoenergetisch, so erhält man die Strahlungsleistung für ein Frequenzintervall ϵ_ν aus dem Integral über alle

Elektronenenergien, gewichtet mit der jeweiligen Anzahldichte. Der Emissionskoeffizient der Synchrotronabstrahlung ergibt sich somit zu:

$$\epsilon_\nu = \frac{1}{4\pi} \int \mathrm{d}\gamma \; n(\gamma) \; P_\nu(\gamma, \nu) \tag{3.50}$$

Durch den Vorfaktor wird die Proportionalität des Emissionskoeffizienten zur Intensität berücksichtigt, die unter anderem je Raumwinkel definiert ist. Das vorliegende Doppelintegral ist, vor allem auf Grund der Besselfunktion, numerisch nur aufwendig zu bewältigen. Eine Näherung für das Leistungsspektrum (3.47) ist daher vorteilhaft.

Delta-Approximation

In der einfachsten Näherung, der sogenannten Delta-Approximation, wird angenommen, dass die gesamte Synchrotronleistung auf einer Frequenz abgestrahlt wird:

$$P_{\nu,delta} = P_{sync} \cdot \delta(\nu - \nu_c) = \frac{4\pi q^3 B}{9mc^2} \gamma \cdot \delta(\gamma - \gamma_0) \tag{3.51}$$

In (3.51) erhält man $\gamma_0(\nu)$ aus der Umstellung von (3.46). Das Doppelintegral fällt vollständig weg und pro Elektronenenergie ist nur ein Ausdruck zu berechnen. Für Elektronenenergiedichten, wie sie durch die in Abschnitt 3.3 beschriebenen Prozesse erzeugt werden, ist die Delta-Approximation jedoch nicht uneingeschränkt geeignet.

Melrose-Approximation

Eine bessere Näherung stellt die Melrose-Approximation dar (Brown u. a., 1983). Die Besselfunktion wird genähert, so dass die innere Integration allgemein ausgeführt werden kann und lediglich die Integration über die Elektronendichten numerisch auszuführen ist. Das genäherte Leistungsspektrum wird durch

$$P_\nu(\gamma, \nu) \approx 1{,}8 \frac{\sqrt{3}\; q^3 B}{m\; c^2} \cdot \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot e^{-\frac{\nu}{\nu_c}} \tag{3.52}$$

angegeben. Der Normierungsfaktor 1,8 stellt sicher, dass die approximierte und die wahre Gesamtleistung annähernd gleich sind.

3.5.2 Synchrotronselbstabsorption

Neben der Emission von Synchrotronstrahlung kann es unter bestimmten Umständen auch zur Absorption der emittierten Strahlung durch die erzeugende Elektronenpopulation kommen. Man spricht von Synchrotronselbstabsorption (SSA). Hauptvoraussetzung ist, dass die Region, in der die Emission stattfindet, hinreichend groß ist, so dass es zur Reabsorption kommt, bevor die Photonen der Region entkommen.

Eine Herleitung erfolgt nach Ginzburg u. Syrovatskii (1965) über die Einsteinkoeffizienten und die gleichnamige Relation. Da der Koeffizient für die spontane Emission auf die Synchrotronleistung zurück geführt werden kann, ist es so möglich, einen Ausdruck für den Absorptionskoeffizienten zu finden. Nähert man das Ausbreitungsmedium als Vakuum erhält man:

$$\kappa_\nu = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \int \mathrm{d}E \; E^2 \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{n(E)}{E^2} \right) P_\nu \tag{3.53}$$

Substituiert man die Teilchenenergie mit dem Lorentzfaktor und verwendet für P_ν die Delta-Approximation (3.51) erhält man für den Absorptionskoeffizienten der SSA

$$\kappa_{\nu,SSA} = \frac{c}{12 \; qB \; \nu^2} \; \gamma_0 \; P_{sync}(\gamma_0) \left[\frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{n(\gamma)}{\gamma^2} \right) \right]_{\gamma_0} \quad . \tag{3.54}$$

3.5.3 Inverse Compton-Streuung

Im Gegensatz zur gewöhnlichen Compton-Streuung wird bei der inversen Compton-Streuung ein Photon nicht zu niedrigeren, sondern höheren Energien gestreut. Dies geschieht bei der Wechselwirkung mit hochenergetischen Teilchen wie etwa Elektronen. Der Prozess tritt vor allem in Supernova-Überresten und AGNs auf, beeinflusst aber auch das Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung bei Wechselwirkung mit dem intra-cluster Medium von Galaxienhaufen (Sunjajew-Seldowitsch-Effekt).

Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess wird in Blumenthal u. Gould (1970) aus der exakten Klein-Nishina Formel hergeleitet. Die Autoren erhalten einen Ausdruck, der für beliebige Verhältnisse von Photonen- und Elektronenenergie gültig ist, jedoch die Bedingung $\gamma \gg 1$ erfordert:

$$\frac{\mathrm{d}N_{\gamma,\nu}}{\mathrm{d}\nu' \ \mathrm{d}t} = \frac{2\pi r_0^2 c}{\nu\gamma^2} \cdot \left(2q \cdot \ln(q) + (1+2q)(1-q) + \frac{1-q}{2} \frac{\Gamma_E^2 \ q^2}{1+\Gamma_E \ q} \right) \tag{3.55}$$

Dabei sind gestrichene Größen jene nach der Streuung. Die Definitionen der verwendeten Variablen ergibt sich folgendermaßen:

- ν - Frequenz des einfallenden bzw. gestreuten Photons
- $E = \frac{h\nu}{\gamma mc^2}$ - die auf die Elektronenenergie normierte Energie der Photonen
- $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$ - der klassische Elektronenradius
- $\Gamma_E = 4\gamma^2 E$
- $q = \frac{E'}{\Gamma_E(1-E')}$

Der Energiebereich der gestreuten Photonen ist durch die Kinematik des Prozesses begrenzt. Aus der Energie- und Impulserhaltung erhält man die Relation:

$$E \leq E' \leq \Gamma_E/(1+\Gamma_E) \tag{3.56}$$

Aus der Diskretisierung des Wirkungsquerschnitts in γ und ν ergibt sich die Berechnung der Dichte der gestreuten Photonen aus einer gegebenen Elektronen- und Photonenpopulation. Es muss ein Doppelintegral über alle Frequenzen und Lorentzfaktoren mit der jeweiligen Gewichtung ausgeführt werden. Weiterhin muss für jede Frequenz der Zugewinn durch Streuung von niedrigeren Energien und der Verlust durch Streuung zu höheren Energien berüchsichtigt werden. Daraus ergibt sich als Gesamtbilanz der inversen Compton-Streuung der Ausdruck:

$$\epsilon_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \int \mathrm{d}\gamma \ n(\gamma) \int \mathrm{d}\nu' \left(\frac{\mathrm{d}N_{\gamma,\nu'}}{\mathrm{d}\nu \ \mathrm{d}t} \cdot n(\nu') - \frac{\mathrm{d}N_{\gamma,\nu}}{\mathrm{d}\nu' \ \mathrm{d}t} \cdot n(\nu) \right) \tag{3.57}$$

Elektronenverluste

Die Verluste der Elektronen können ebenfalls über den Streuquerschnitt berechnet werden. Man betrachte alle Photonen, die von Elektronen mit bestimmtem Lorentzfaktor gestreut wurden. Durch Summation über die Energien dieser Photonen erhält man die Leistung des IC-Prozesses. Dabei wurden die Energien der Photonen vor der Streuung vernachlässigt. Über den Zusammenhang von Elektronenenergie und Lorentzfaktor $E = \gamma mc^2$ lässt sich der Verlust der Elektronen im Lorentzfaktor durch

$$P_{IC,\gamma} = \frac{1}{mc^2} \int \mathrm{d}\nu' \; h\nu' \int \mathrm{d}\nu \; n(\nu) \frac{\mathrm{d}N_{\gamma,\nu}}{\mathrm{d}\nu' \; \mathrm{d}t} \tag{3.58}$$

ausdrücken. Da das Integral nur von einer Teilchenzahldichte abhängt, muss nicht das gesamte Doppelintegral zur Laufzeit in jedem Zeitschritt ausgeführt werden. Die Grenzen des äußeren Integrals werden durch (3.56) bestimmt.

3.5.4 Weitere Strahlungsprozesse

Weitere Strahlungsprozesse werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Im Rahmen des leptonischen Modells können Bremsstrahlung und Ionisationsprozesse nicht berücksichtigt werden. Im allgemeinen wird davon ausgegangen, dass diese Prozesse in nicht thermischen Paar-Plasmen keine dominante Rolle spielen (Coppi u. Blandford, 1990). Die Erzeugung von Elektron-Positron-Paaren, die für Photonen mit $\nu > \frac{m_e c^2}{h}$ relevant ist, wird ebenalls in vielen Blazarmodellen vernachlässigt. Der tatsächliche dabei auftretende Fehler lässt sich nicht genau abschätzen. Eine Erweiterung des vorliegenden Modells um Positronen und ihre Wechselwirkungen zur Quantifizierung der Abweichungen ist demnach anzustreben.

Kapitel 4

Modell

Wie die im vorhergehenden Kapitel erläuterten physikalischen Prozesse zu einem Modell zur Beschreibung von Blazaren zusammengefügt werden, wird im Folgenden dargelegt. Zunächst wird das generelle SSC-Modell sowie die Besonderheiten dieser Arbeit vorgestellt. Anschließend wird die Modell-Geometrie erläutert. Abschließend werden die Gleichungen zur Beschreibung der Zeitentwicklung von Elektronen- und Photonendichte hergeleitet.

4.1 Synchrotron-Self-Compton-Modell

4.1.1 Generelles SSC-Modell

Die typische spektrale Energiedichte (SED) von Blazaren wurde bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben (vgl. Abbildung 2.3). Die SED wird durch zwei Peaks im Röntgen- und im Gammabereich bestimmt. Sowohl zu kleineren ($\sim 10^{10} Hz$) als auch zu größeren ($\sim 10^{28} Hz$) Energien fällt das Spektrum steil ab. Der erste Peak wird in den leptonischen SSC-Modellen auf die Synchrotronemission der Elektronenpopulation zurückgeführt. Der Abfall bei kleinen Frequenzen wird auf Grund der Reabsorption durch Elektronen erzeugt, die in diesem Frequenzbereich optisch dick sind. Der Abfall auf der rechten Seite des Spektrums wird durch die höchsten Energien der Elektronen bestimmt. Das Abfallen des Elektronenspektrums geschieht wiederum auf Grund

der Kühlung durch Synchrotronverluste. Die Energie, bei welcher der Abfall erfolgt, ergibt sich aus dem Verhältnis von Beschleunigungs- und Kühlzeitskala.

Der zweite Peak wird durch den inversen Comptoneffekt erzeugt. Er resultiert aus der Streuung der Synchrotronphotonen an der Elektronenpopulation. Dabei kann höchstens die Maximalenergie der Elektronen auf ein Photon übertragen werden (vgl. Gleichung (3.56) aus Abschnitt 3.5.3). Dies erklärt den steilen Abfall am rechten Rand der SED.

4.1.2 Ortsaufgelöstes SSC-Modell

Die bisher verwendeten SSC-Modelle gehen von homogenen und isotropen „Blobs“ als Entstehungsgebiet der Strahlung aus. Bei den einfachsten wird das Spektrum der abstrahlenden Elektronenpopulation a priori in das Modell als Parameter eingesetzt und nicht physikalisch begründet. Das dann sukzessiv erhaltene Photonenspektrum kann an die Messungen einer Quelle angepasst werden, um so die verschiedenen Parameter festzulegen.

Ein weiteres Problem für homogene Modelle ist die bei Blazaren auftretende zeitliche Dynamik. Die Variabilität der Helligkeit reicht von Monaten bis hin zu Variationen im Minutenbereich bei manchen Objekten, sogenannten Flares. Es wird allgemein angenommen, dass externe Effekte beim Strahlungstransport zum Beobachter die Variationen nicht erklären können (Wagner u. Witzel, 1995). Die größeren Zeitskalen lassen sich durch Effekte bei der Akkretion des schwarzen Loches erklären, sind damit aber über die Lichtlaufzeit an die Ausdehnung des Zentralgebietes gebunden und durch diese begrenzt. Für Variabilität im Minutenbereich müssen somit Prozesse innerhalb des Jets verantwortlich sein.

Modelliert man das Emissionsgebiet im Jet homogen, so folgt aus dem gleichen Grund eine Beschränkung von dessen räumlicher Ausdehnung. Um trotzdem die hohen gemessenen Intensitäten erklären zu können und gleichzeitig die Variationszeitskala im Beobachtersystem zu veringern müssen große Dopplerfaktoren angenommen werden. Entsprechend hohe Werte werden aber bei vielen Quellen experimentell nicht beobachtet (Qian u. a., 1991).

Ein erster Schritt zur Vermeidung dieser Probleme sind selbstkonsistente Zwei-Zonen-SSC Modelle (Weidinger u. Spanier, 2010). Hier wird zunächst in der Beschleunigungszone die Entstehung der Elektronenverteilung simuliert, die daraufhin in die Strahlungszone entkommt. Anschließend werden die Synchrotronverluste sowie Invers-Compton-Effekte modelliert. Für die AGN, die keine Blazare sind, wurden auch Multi-Blob-Modelle (Lenain u. a., 2008) vorgeschlagen.

Das in dieser Arbeit vorgestellte ortsaufgelöste Modell ist eine logische Weiterentwicklung des Zweizonen-Modells. Diese Erweiterung erlaubt zum Einen eine grundlegende Modellierung der Beschleunigungsprozesse, die nicht lokal sondern in einem Raumgebiet nahe eines Schocks stattfinden (vgl. Abschnitt 3.3.2). Zum Anderen lässt sich das Problem der nicht gewährleisteten Kausalität in homogenen Modellen umgehen, da durch die Ortsauflösung die Lichtlaufzeit explizit berücksichtigt wird.

Weiterhin ist ein inhomogenes Modell in der Lage, das *Shock-in-jet*-Modell abzubilden. Es können die als Ursache der *Radio Lobes* vermuteten (Burns u. a., 1991) stehenden Schocks simuliert werden. Außerdem lässt sich der Durchlauf eines injezierten Schocks modellieren. Insbesondere wird es dadurch möglich, sogenannte multi-shock Szenarien zu simulieren (Tammi u. Dempsey, 2008). In diesen trifft eine, durch einen Schock beschleunigte, Elektronenpopulation im Downstream erneut auf eine Schockfront.

4.2 Modellgeometrie

Als Grundlage des hier vorgestellten Modells dient das selbstkonsistente Zwei-Zonen-SSC Modell (Weidinger u. a., 2010). Der Übergang zum ortsaufgelösten Modell erfolgt durch die Erhöhung der Zonenzahl auf N_Z. Weiterhin sind die einzelnen Zonen nicht mehr kugelförmig, sondern zylinderförmig. Zusammengesetzt bilden die einzelnen Zylinderabschnitte einen stark gestreckten Zylinder, der den Jet repräsentiert (siehe Abbildung 4.1). Es wird dementsprechend die Raumdimension entlang der Jetachse aufgelöst.

Für jede der N_Z Zylinderscheiben werden zwei Elektronendichten $n^+_{el,i}(\gamma)$, $n^-_{el,i}(\gamma)$ und eine Photonendichte $n_{ph,i}(\nu)$ definiert ($i \in [0; N_Z - 1]$). Die beiden Elektronen-

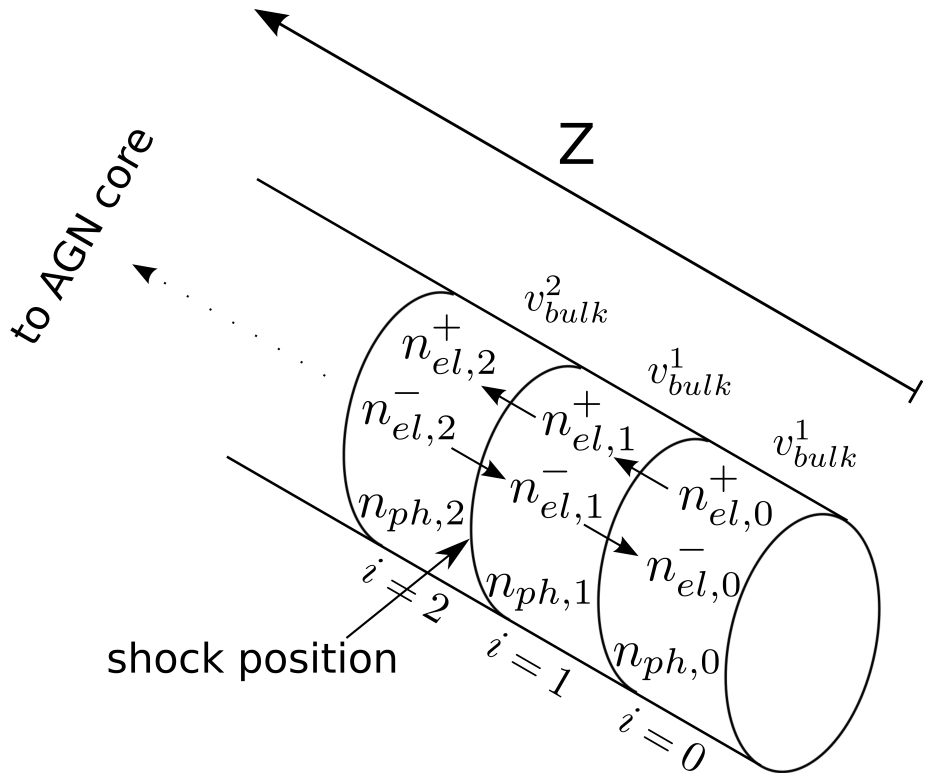

Abbildung 4.1: Dargestellt ist das Schema der verwendeten Modellgeometrie. In jeder der entlang der Jetachse aufgereihten Zylinderscheiben sind die Elektronendichten und die Photonendichte definiert. Die Konvektion erfolgt für jede Richtung getrennt zwischen den entsprechenden Elektronendichten. Ein Schock wird durch die Änderung der Plasmageschwindigkeit v_{bulk} repräsentiert.

dichten repräsentieren die beiden Richtungen, in welche die Elektronen propagieren können. Unter der Annahme, dass das dominante Hintergrundmagnetfeld parallel zur Jet-Achse ausgerichtet ist, wird die Bewegung vorzugsweise in diese Richtungen erfolgen. Weiterhin wird jeweils die Bulkgeschwindigkeit des Plasmas berechnet. Diese ergibt sich aus der Anzahl der Schocks, ihrer Lage und ihren Eigenschaften (vgl. Abschnitt 4.3). Prinzipiell können alle relevanten Größen für jeden Jetbereich getrennt definiert werden.

Innerhalb jeder Scheibe wird die Zeitentwicklung der Elektronendichte berechnet, wobei die Fermi-II-Beschleunigung sowie die Verluste der Strahlungsprozesse

eingehen. Die Verbindung benachbarter Bereiche erfolgt durch einen Konvektionsterm (vgl. den folgenden Abschnitt 4.4). Die Fermi-I-Beschleunigung wird nicht explizit durch Einfügen eines Terms erzeugt, sondern sie entsteht entsprechend der Beschreibung in Abschnitt 3.3.2. Die Streuung der Teilchen an den Alfvén-Moden des Magnetfeldes wird durch einen Parameter modelliert. Dieser entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass die Elektronen durch das Streuereignis ihre Propagationsrichtung ändern.

Die Dynamik der Photonendichte $n_{ph,i}(\nu)$ wird ebenfalls lokal aus den entsprechenden Elektronendichten $n_{el,i}^{+/-}(\gamma)$ berechnet. Dabei werden alle relevanten Strahlungsprozesse berücksichtigt.

Die Berechnung des Flusses erfolgt für jede Scheibe unter Berücksichtigung des jeweiligen Dopplerfaktors. Für Analysen der Zeitentwicklung der SED muss zusätzlich die Lichtlaufzeit und die Zeitdilatation in Abhängikeit vom Emissionsbereich berücksichtigt werden.

4.3 Schockmodellierung

Zur eindeutigen Definition eines Schocks werden im vorliegenden Modell folgende drei Größen benötigt:

- das Kompressionsverhältnis $R = \frac{\rho_d}{\rho_u}\frac{v_u}{v_d}$
- die Schockgeschwindigkeit V_S
- die Schockposition zu Beginn der Simulation

Im Ruhesystem des Schocks kann man die Strömungsgeschwindigkeiten v_d bzw. v_u des Plasmas durch die Schockgeschwindigkeit V_S und die Geschwindigkeit des Downstreamplasmas, gemessen im Upstream-Ruhesystem, V_P ausdrücken (siehe Abbildung 4.2 und vgl. Abschnitt 3.3.2). Es ergibt sich für das Kompressionsverhältnis

$$R = \frac{V_S}{V_S - V_P} \quad . \tag{4.1}$$

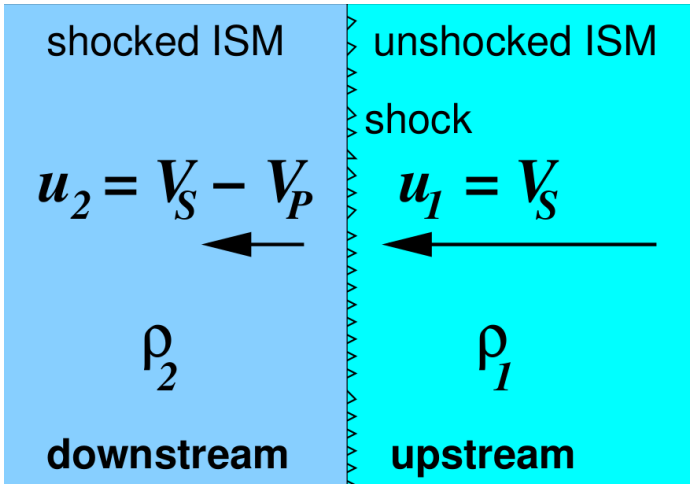

Abbildung 4.2: Schema der Schockfront und der Strömungsgeschwindigkeiten, ausgedrückt im Ruhesystem des Schocks (Protheroe u. Clay, 2004).

Betrachtet man relativistische Schocks, so muss die Differenz im Nenner von (4.1) durch die relativistische Geschwindigkeitsaddition

$$V_S \ominus V_P = \frac{V_S - V_P}{1 - V_S V_P} \tag{4.2}$$

ersetzt werden ($c = 1$). Man erhält für die Upstream Plasmageschwindigkeit im Downstream-Ruhesystem

$$V_P = \frac{V_S(R-1)}{R - {V_S}^2} \quad . \tag{4.3}$$

Gibt man die Strömungsgeschwindigkeit im Upstream des ersten Schocks an, so kann man, auch bei mehreren Schocks, sukzessive die Geschwindigkeiten nach jedem Schock berechnen. Aus den Anfangspositionen und den Schockgeschwindigkeiten lässt sich die Position der Schocks zu jedem Zeitpunkt bestimmen. Mit diesen Informationen erfolgt die Zuordnung der Strömungsgeschwindigkeiten auf die Zylinderscheiben. Ein Schock befindet sich immer an der Grenzfläche zweier Zellen im Ortsraum, die durch einen Sprung in der Geschwindigkeit des Plasmas gekennzeichnet ist.

Damit ein zweiter Schock ein bereits komprimiertes Plasma weiter verdichtet

muss er, gemessen im Upstream des ersten Schocks, eine höhere Geschwindigkeit besitzen. Daraus ergibt sich eine maximale Simulationsdauer. Ein Modell für die Kollision zweier Schocks findet sich in Böttcher u. Dermer (2010).

4.4 Elektronenanzahldichte

Im Folgenden soll die Herleitung der kinetischen Gleichung zur Beschreibung der Zeitentwicklung der Elektronenanzahldichte umrissen werden.

4.4.1 Fokker-Planck-Gleichung

Als Ausgangspunkt zur Beschreibung von Teilchen in einem Plasma dient die Vlasov-Gleichung, die relativistische Form der Boltzmann-Gleichung (Schlickeiser, 2002)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \dot{\mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = S(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \quad . \tag{4.4}$$

Dabei entspricht $\dot{\mathbf{p}}$ der Lorentzkraft, die über die elektrischen und magnetischen Felder wirkt. Diese setzen sich aus dem Hintergrundfeld und dessen Fluktuationen zusammen. Durch die hohe Leitfähigkeit im Plasma kann jedoch das elektrische Hintergrundfeld vernachlässigt werden:

$$\mathbf{E} = \delta\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \tag{4.5}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_0} + \delta\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \tag{4.6}$$

Da die aus den mikroskopischen Fluktuationen resultierende Dynamik im Detail nicht von Interesse ist, wird, Schlickeiser (2002) folgend, über ein Ensemble von Verteilungsfunktionen gemittelt. Die Mittelwerte ergeben sich entsprechend zu:

$$\langle \mathbf{E} \rangle = 0 \quad \langle \mathbf{B} \rangle = \mathbf{B_0} \quad F(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \langle f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \rangle \tag{4.7}$$

Weiterhin kann die Gyration separiert und lediglich die Bewegung der mittleren Position des Teilchens bestimmt werden. Nur wenn die Gyrationszeitskala viel kleiner als

die Zeitskala der Wechselwirkung ist, kann diese Näherung gemacht werden. Unter Verwendung der quasilinearen Näherung, der Annahme kleiner Fluktuationen und einer isotropen Impulsverteilung erhält man die sogenannte Fokker-Planck Gleichung:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v\mu \cdot \frac{\partial F}{\partial z} = S(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) + \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[p^2 \cdot G\left(z, p, F, \frac{\partial F}{\partial p}\right)\right] \tag{4.8}$$

Dabei ist $\mu = \cos(\theta)$ der Kosinus des sogenannten Pitchwinkels, des Winkels zwischen Geschwindigkeits- und Magnetfeldvektor. Die Funktion G ergibt sich aus den Krafttermen.

4.4.2 Impulsdiffusionsgleichung

Die in Abschnitt 3.3 beschriebenen Beschleunigungsmechanismen können in eine Form gebracht werden, mit der sie als Element von G in die Fokker-Planck Gleichung eingehen. Auch die durch die Strahlungsprozesse (vgl. Abschnitt 3.5) erzeugten Kühlverluste können in G integriert werden.

Betrachtet man nur die Impulsterme von (4.8) und bezieht die Strahlungsverluste mit ein, erhält man die Impulsdiffusionsgleichung

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[p^2 \cdot \left(\langle \dot{p}_{FII} \rangle \frac{\partial F}{\partial p} + \dot{p}_{cool} \cdot F\right)\right] + S(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \quad . \tag{4.9}$$

Die Impulsverluste durch Kühlung $\dot{p}_{cool}$ können aus den Strahlungsleistungen P_{sync} und P_{IC} berechnet werden (siehe den nächsten Abschnitt 4.4.3). Weiterhin ergibt sich $\langle \dot{p}_{FII} \rangle$ aus dem Energiegewinn pro Streuung und der Streurate der Fermi-II Beschleunigung. Drückt man diese mit dem Diffusionskoeffizienten $\kappa_{\|}$ (parallel zum Magnetfeld) aus, ergibt sich (Webb, 1983)

$$\langle \dot{p}_{FII} \rangle = p^2 \frac{V_A^2}{9\kappa_{\|}} = p^2 D \quad . \tag{4.10}$$

Hier wurde der Impulsdiffusionskoeffizient $D = \frac{V_A^2}{9\kappa_{\|}}$ eingeführt. Die Fermi-I Beschleunigung wird, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, nicht bei der numerischen Lösung der

Fokker-Planck-Gleichung einbezogen.

4.4.3 Kinetische Gleichung

Die kinetische Gleichung beschreibt die Zeitentwicklung der Elektronenzahldichte. Diese ist, im Gegensatz zur Verteilungsfunktion F, nur über den Betrag des Impulses diskretisiert. Nimmt man eine isotrope Impulsverteilung an, ergibt sich für die Anzahldichte:

$$n(p) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \; p^2 \sin(\theta)\cos(\theta) f(p) = 4\pi p^2 f(p) \tag{4.11}$$

Setzt man diesen Zusammenhang in (4.9) ein, so erhält man die folgende kinetische Gleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p}\left[Dp^2 \cdot \frac{\partial n}{\partial p} - 2Dp \cdot n + \dot{p}_{cool} \cdot n\right] + 4\pi p^2 S(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \quad . \tag{4.12}$$

Unter der Annahme hochrelativistischer Teilchen lässt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen Impuls und Lorentzfakor finden:

$$p \approx \gamma mc \rightarrow \mathrm{d}p = mc \; \mathrm{d}\gamma \tag{4.13}$$

Die Teilchenzahldichten genügen der Relation:

$$n(p) \; \mathrm{d}p = n(\gamma) \; \mathrm{d}\gamma \tag{4.14}$$

Unter Verwendung dieser beiden Gleichungen kann (4.12) umgeschrieben werden, so dass auch die Strahlungsverluste (3.49) und (3.58) hinzugefügt werden können:

$$\frac{\partial n(\gamma)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \gamma}\left[D\gamma^2 \cdot \frac{\partial n(\gamma)}{\partial \gamma} + (\beta_s \gamma^2 - 2D\gamma + P_{IC}(\gamma)) \cdot n(\gamma)\right] + \hat{S}(\mathbf{x}, \gamma, t) \tag{4.15}$$

Da für die betrachteten Magnetfelder $\beta_s \gg D$ und weiterhin $\gamma \gg 1$ ist, kann der Term $-2D\gamma n(\gamma)$ in guter Näherung vernachlässigt werden. Die Quellenfunktion wurde als

$\hat{S} = 4\pi p^2 mc \cdot S$ neu definiert.

Nicht berücksichtigt wurden bisher die Energiegewinne durch die Synchrotron-Selbstabsorption. Untersuchungen von Rüger (2007) haben jedoch gezeigt, dass diese Gewinne gegenüber den Synchrotronverlusten vernachlässigbar sind.

4.5 Photonenanzahldichte

Die zu (4.15) korrespondierende Gleichung für die Photonen wird aus der Strahlungstransportgleichung (3.42) hergeleitet. Setzt man in diese den Zusammenhang (3.38) für den isotropen Fall ein, erhält man für die Photonenanzahldichte N:

$$\frac{h\nu c}{4\pi}\,\mathrm{d}N = \left(-\kappa_\nu \frac{h\nu c}{4\pi} N + \epsilon_\nu\right)\,\mathrm{d}s \tag{4.16}$$

Unter Verwendung von $ds = c\,\mathrm{d}t$ ergibt sich mit (4.17) deren Zeitentwicklung:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -c \cdot \kappa_{\nu,SSA} \cdot N + \frac{4\pi}{h\nu} \cdot (\epsilon_{\nu,IC} + \epsilon_{\nu,sync}) + \frac{N}{t_{esc}} \tag{4.17}$$

Der zusätzliche katastrophale Verlustterm mit dem Parameter t_{esc}, der mittleren Entweichzeit, berücksichtigt die Verluste durch Abstrahlung aus dem Jet. Für die Absorptions- bzw. Emissionskoeffizienten wurden die Größen, die den in Abschnitt 3.5 vorgestellten Prozessen zugehörig sind, eingesetzt: Synchrotron-Selbstabsorption (3.54), inverse Comptonstreuung (3.57) und Synchrotronstrahlung (3.48). Für die Synchrotronleistung pro Elektron wird die Melrose-Approximation (3.52) eingesetzt.

4.6 Flussspektrum

Um aus der berechneten Photonendichte den Fluss $\mathcal{F}'_{\nu'}$ im Beobachtersystem zu erhalten wird das Modell von Blandford u. Konigl (1979) adaptiert. Zunächst wird für jede Zylinderscheibe mit Hilfe von (3.38) die Intensität I_ν im jeweiligen Ruhesystem berechnet. Wegen der Zylindergeometrie des Jets ist die effektive Fläche, die man bei seitlicher Betrachtung berücksichtigen muss, gleich $2R\delta z$, wobei R den Jetradius

bezeichnet. Da die Sichtlinie in einem Winkel θ auf der Jetachse steht, ergibt sich aus der Projektion ein zusätzlicher Faktor $\sin(\theta)$ (Falcke u. Markoff, 2000). Insgesamt ergibt sich unter der Annahme isotroper Abstrahlung für den Fluss

$$\mathcal{F}_\nu = I_\nu \cdot \sin(\theta)\delta z \cdot 2R \quad . \tag{4.18}$$

Um den auf der Erde gemessenen Fluss zu erhalten, muss zum Einen der Raumwinkel $\Omega \propto d^{-2}$, als Funktion der Leuchtkraftentfernung d der Quelle berücksichtigt werden. Zum Anderen müssen die relativistischen Effekte durch Anwendung von (3.4) berücksichtigt werden:

$$\mathcal{F}'_{\nu'} = I_\nu D^3 \frac{1}{d^2} \cdot \sin(\theta)\delta z \cdot 2R \quad . \tag{4.19}$$

Zur Berechnung der verschobenen Frequenz ν' muss der Doppler-Effekt (3.1) und die Rotverschiebung (3.13) berücksichtigt werden. Man erhält

$$\nu' = \frac{D \cdot \nu}{1+z} \quad . \tag{4.20}$$

Kapitel 5

Numerik

Im folgenden Kapitel wird die Diskretisierung der verschiedenen physikalischen Größen dargelegt. Weiterhin werden die verwandten numerischen Schemata, sowie die damit erfolgte Modellierung der physikalischen Prozesse erläutert. Abschließend wird die Parallelisierung rechenintensiver Prozesse kurz umrissen.

5.1 Diskretisierung

Da Computer die Welt nicht kontinuierlich abbilden können, ist es nötig die physikalsichen Größen, die zur Beschreibung eines Problems notwendig sind, zu diskretisieren. Lässt sich zum Beispiel ein Problem, wie im vorliegenden Fall, durch die zeitliche Entwicklung einer Phasenraumdichte darstellen, müssen zunächst die relevanten Koordinaten, Ort x, Impuls p und Zeit t auf einem Gitter verteilt werden. Anschließend können die auf den Koordinaten definierten Größen in Intervalle um die Gitterpunkte unterteilt werden.

5.1.1 Gitter

Das Spektrum von Blazaren erstreckt sich über viele Größenordnungen (vgl. Abbildung 2.3). Um eine effektive Unterteilung zu ermöglichen, die alle Bereiche des Spektrums hinreichend genau abbildet, ist es nötig für die der Energie porportiona-

len Größen ein logarithmisches Gitter einzuführen. Am Beispiel des Lorentzfaktors γ der Elektronen soll dies veranschaulicht werden:

- Die Anzahl der Gitterpunkte sei N_γ, $i \in [0, N_\gamma - 1]$.
- Der kleinste, vorkommende Faktor γ_{min}, sowie der Maximale γ_{max} werden eingeführt.
- Daraus folgt der Quotient aus benachbarten Gitterpunkten

$$\delta_\gamma = \frac{\gamma_{i+1}}{\gamma_i} = \left(\frac{\gamma_{max}}{\gamma_{min}}\right)^{\frac{1}{N_\gamma - 1}} \quad . \tag{5.1}$$

- Die Gitterpunkte ergeben sich daraus zu

$$\gamma_i = \gamma_{min} \cdot \delta_\gamma^i \quad . \tag{5.2}$$

5.1.2 Zellen

Neben den Gitterpunkten müssen auch die Grenzflächen von Intervallen benachbarter Gitterpunkte festgelegt werden (vgl. Abbildung 5.1). Sie bilden die Begrenzungen der Zellen, aus denen der Koordinatenraum zusammengesetzt wird. Dazu wird das arithmetische Mittel im Exponenten verwendet:

$$\gamma_i^{interface} = \gamma_{i-1/2} = \gamma_{min} \cdot \delta_\gamma^{(i-\frac{1}{2})} = \sqrt{\gamma_{i-1} \cdot \gamma_i} \tag{5.3}$$

Für die Umrechnung zwischen Teilchenzahl und Teilchendichte wird die Größe der Intervalle benötigt, die sich aus dem Abstand der Grenzflächen ergibt:

$$\gamma_i^{interval\ size} = \gamma_{i+1}^{interface} - \gamma_i^{interface} \tag{5.4}$$

Für die Ortskoordinate z wird ein lineares Gitter verwendet. Dadurch wird der Abstand der Gitterpunkte gleich der Größe des Inteervalls. Sie ergibt sich aus der

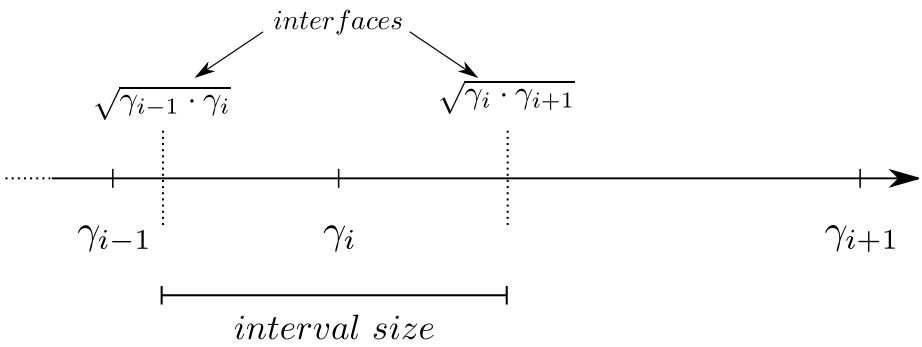

Abbildung 5.1: Diskretisierung am Beispiel des Lorentzfaktors γ. Die Grenzflächen (gestrichelt) ergeben sich aus dem geometrischen Mittel der angrenzenden Gitterpunkte. Die Größe eines Intervalls ergibt sich aus dem Abstand der Grenzflächen.

Anzahl der Gitterpunkte N_Z zu

$$\delta z = \frac{z_{max}}{N_Z - 1} \tag{5.5}$$

und die einzelnen Gitterpunkte erhält man aus

$$z_i = z_{min} + i \cdot \delta z \quad . \tag{5.6}$$

Numerisch wird für jede skalare physikalische Größe ein Wert pro Gitterpunkt festgelegt. Der genaue Wert einer Größe an einem beliebigen Punkt hängt jedoch vom numerischen Schema ab. Die Ordnung des Verfahrens ergibt sich aus der Ordnung der verwendeten Interpolation.

5.2 Schemata

Die beiden im vorherigen Kapitel 4 hergeleiteten Gleichungen zur Bestimmung der Zeitentwicklung der Elektronen- (4.15) und Photonendichten (4.17) stellen jeweils ein Anfangswert- oder *Cauchy*-Problem dar:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = F\left(t, q, \frac{\partial q}{\partial x}, \dots\right) \tag{5.7}$$

Sind zu einem Zeitpunkt t_0 alle Argumente von F bekannt, so kann durch Integration die Zeitentwicklung von $q(t)$ bestimmt werden. Um diese Integration numerisch ausführen zu können, ist zunächst eine Diskretisierung der enthaltenen Ableitungen mit Hilfe des definierten Gitters notwendig.

Im einfachsten Fall einer gewöhnlichen Differentialgleichung wie (4.17) erhält man:

$$\frac{q^{n+1} - q^n}{\delta t} = F(t^n, q^n) \tag{5.8}$$

$$q^{n+1} = q^n + \delta t \cdot F(t^n, q^n) \tag{5.9}$$

5.2.1 Implizite Integration

Die explizite Integration (5.9) ist nicht für beliebige δt numerisch stabil. Dies lässt sich z.B. über das zugehörige Vektorfeld verstehen. Der Faktor δt entspricht der Skalierung des Vektors, um den man sich auf dem Feld bewegt. Wählt man diese zu groß, bewegt man sich in jedem Zeitschritt von der wahren zu benachbarten Lösungen der Differentialgleichung. Diese Abweichungen summieren sich und können, z.B. in chaotischen Systemen, zu unphysikalischen Ergebnissen führen.

Formuliert man die Differentialgleichung hingegen implizit, kann auch für größere Zeitschritte die Stabilität gewährleistet werden. Dies wird erreicht, indem F nicht bei t_n sondern t_{n+1} ausgewertet wird. Da F analytisch bekannt ist, kann durch Umstellung der Gleichung nach q_{n+1} wiederum eine integrierbare Form gefunden werden. Ist dies bei nichtlinearen Gleichungen nicht möglich, können durch Extrapolation die unbekannten Werte gefunden werden. Für die Photonengleichung wird die sogenannte Trapezregel verwendet (Wang u. Dullemond, 2009):

$$q_{n+1} = q_n + \frac{\delta t}{2} \left[F(t_n, q_n) + F(t_{n+1}, q_{n+1}) \right] \tag{5.10}$$

Dies entspricht dem Crank-Nicholson Schema, das die implizite Integration partieller Differentialgleichungen ermöglicht (vgl. Abschnitt 5.2.4).

5.2.2 Flusserhaltung

Im Gegensatz zur Photonengleichung ist die Differentialgleichung für die Elektronendichte (4.15) eine partielle. Abgesehen von der Quellenfunktion ist sie jedoch flusserhaltend formuliert:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} f(x, q, t) \tag{5.11}$$

Aus (5.11) folgt, dass eine Erhaltungsgröße Q existiert, die man aus der Integration von q über alle Koordinaten erhält. Flüsse an den Grenzen des betrachteten Bereichs müssen dabei gesondert behandelt werden.

Ein numerisches Integrationsschema muss, wenn es physikalsiche Ergebnisse produzieren soll, ebenfalls die Konstanz von Erhaltungsgrößen gewährleisten. Um dies zu erreichen, bedient man sich des Konzepts der Intervalle oder Zellen, wie in Abschnitt 5.1.1 beschrieben. In jedem Zeitschritt muss die Änderung von Q in einer Zelle gleich dem Fluss an ihren Grenzflächen S entsprechen:

$$Q_i^{n+1} - Q_i^n = \delta t \; S(f_{i-1/2}^{n+1/2} - f_{i+1/2}^{n+1/2}) \tag{5.12}$$

Da $Q_i = V_i \cdot q_i$ und $V_i = S \cdot (x_{i+1/2} - x_{i-1/2})$ gelten, lässt sich (5.12) zu

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\delta t} = \frac{f_{i-1/2}^{n+1/2} - f_{i+1/2}^{n+1/2}}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \tag{5.13}$$

umschreiben. Die verschiedenen Schemata zur Lösung partieller Differentialgleichungen (siehe z.B. LeVeque, 1992) finden sich nun in der Art der Berechnung der Flüsse an den Grenzflächen wieder.

Das in dieser Arbeit genutzte *donor cell* (auch *upwind*) Verfahren führt auf ein Schema erster Ordnung. Die Funktion q wird dabei durch eine abschnittsweise konstante Funktion genähert (vgl. Abbildung 5.2). Der Wert, den q an der Grenze annimmt, ist dann, abhängig von u,

$$q_{i+1/2} = \begin{cases} q_i & u_{i+1/2} > 0 \\ q_{i+1} & u_{i+1/2} < 0 \end{cases} , \tag{5.14}$$

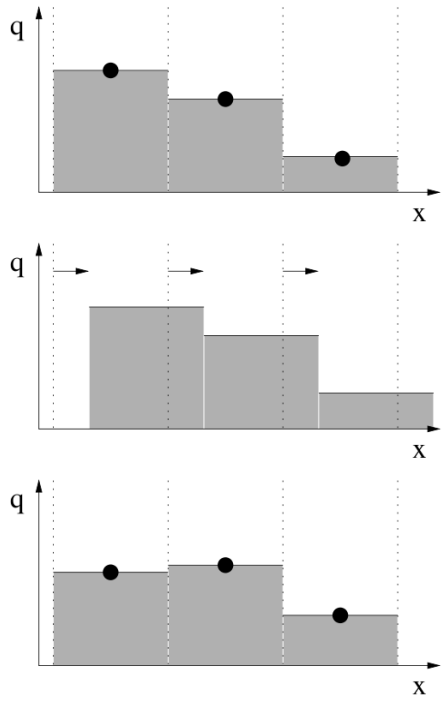

Abbildung 5.2: Darstellung der *donor cell*-Methode mit abschnittsweise konstanten Dichten. Am Beispiel der Konvektion werden der Fluss durch die Grenzflächen und die daraus resultierenden neuen Dichten dargestellt (Wang u. Dullemond, 2009).

wobei u, im Falle der Konvektion, der Konvektionsgeschwindigkeit und im allgemeinen der Geschwindigkeit des Informationsflusses entspricht. Verfahren höherer Ordnung wurden nicht genutzt, um die dabei auftretenden, künstlichen Oszillationen zu vermeiden (Wang u. Dullemond, 2009).

5.2.3 Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung

Das Konzept des Informationsflusses und dessen Geschwindigkeit kann auch zur Formulierung eines notwendigen, aber nicht hinreichenden, Stabilitätskriteriums genutzt werden. Die *Courant-Friedrichs-Lewy*-Bedingung (CFL) gibt eine obere Grenze für den Zeitschritt δt an, dem alle Integrationsverfahren partieller Differentialgleichungen unterworfen sind. Es wird das aus dem Zeitschritt und der Geschwindigkeit u

resultierende Gebiet um die Zelle q_i betrachtet. Dieser Bereich ist in der gegebenen Zeitspanne kausal mit q_i verbunden. Die Aussage der CFL-Bedingng ist nun, dass dieses Gebiet nicht größer sein darf als die im verwendeten Schema berücksichtigten Zellen. Für die *donor cell* Methode auf einem linearen Gitter folgt der einfache Zusammenhang

$$\delta t \leq \frac{u}{\delta x} \quad . \tag{5.15}$$

5.2.4 Crank-Nicholson

In dem im Abschnitt 5.2.2 eingeführten Integrationsverfahren wurde bisher noch nicht berücksichtigt, dass der Fluss an den Grenzflächen, zur Erhöhung der Stabilität, zum Zeitpunkt $t^{n+1/2}$ ausgewertet werden muss. Um dies näherungsweise zu erreichen, wird das sogenannte *Crank-Nicholson*-Verfahren verwendet. Dabei werden, äquivalent zu (5.10), die Flüsse zu den Zeitpunkten t^n und t^{n+1} ausgewertet und es wird deren Mittelwert gebildet:

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\delta t} = \frac{1}{2} \frac{(f_{i-1/2}^{n+1} - f_{i+1/2}^{n+1}) + (f_{i-1/2}^{n} - f_{i+1/2}^{n})}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \tag{5.16}$$

Das Auflösen von (5.16) nach den Werten q_i^{n+1} führt auf ein Gleichungssystem mit N_x (Anzahl der Gitterpunkte) Unbekannten. Werden, wie in dieser Arbeit, nur benachbarte Zellen zur Berechnung des Flusses herangezogen, so ergibt sich eine Tridiagonalmatrix. Ein solches System lässt sich numerisch effizient mit einem Aufwand $\propto N_x$ lösen (Press u. a., 2002).

5.3 Diskretisierte kinetische Gleichungen

5.3.1 Elektronen im Ortsraum

Zunächst wird das Schema für die bisher nicht näher erläuterte Konvektion entlang der Jetachse dargelegt. Es wird angenommen, dass sich alle Elektronen konstant mit Lichtgeschwindigkeit bewegen und der Konvektionsprozess unabhängig vom γ-

Faktor wird. Dies wird durch die sehr hohen Lorentzfaktoren legitimiert. Da die Elektronendichte in n^+ und n^- aufgespalten wurde, ist jeweils die Richtung des Informationsflusses konstant. Somit kann als Schema die *upwind* Methode verwendet werden:

$$n_i^{+,n+1} = n_i^{+,n} + \frac{c \cdot \delta t}{\delta z}(n_{i-1}^{+,n} - n_i^{+,n}) \tag{5.17}$$

$$n_i^{-,n+1} = n_i^{-,n} + \frac{c \cdot \delta t}{\delta z}(n_{i+1}^{-,n} - n_i^{-,n}) \tag{5.18}$$

Der Index i läuft über die Ortskoordinaten z_i.

5.3.2 Elektronen im Impulsraum

Die Diskretisierung des Cauchy-Problems im Impulsraum (4.15) erfolgt über das *Crank-Nicholson*-Verfahren und die flusserhaltende Formulierung. Auf Grund der Linearität der physikalischen Prozesse in der Elektronendichte können die beiden Elektronenpopulationen getrennt voneinander betrachtet werden. Die Elektronendichte wird als abschnittsweise konstant über den Zellen genähert. Das sich so ergebende implizite Schema erster Ordnung lässt sich zunächst als

$$\begin{aligned}
n_i^{n+1} = n_i^n + \frac{\delta t}{2}\frac{1}{(\gamma_{i+1/2} - \gamma_{i-1/2})} \Bigg[& \\
& + \left(\beta_s \gamma_{i+1/2}^2 + P_{i+1}^{IC}\right) \cdot n_{i+1}^n - \left(\beta_s \gamma_{i-1/2}^2 + P_i^{IC}\right) \cdot n_i^n \\
& + D \left(\frac{\gamma_{i+1/2}^2 \cdot n_{i+1}^n - \gamma_{i+1/2}^2 \cdot n_i^n}{\gamma_{i+1} - \gamma_i} - \frac{\gamma_{i-1/2}^2 \cdot n_i^n - \gamma_{i-1/2}^2 \cdot n_{i-1}^n}{\gamma_i - \gamma_{i-1}} \right) \\
& + \left(\beta_s \gamma_{i+1/2}^2 + P_{i+1}^{IC}\right) \cdot n_{i+1}^{n+1} - \left(\beta_s \gamma_{i-1/2}^2 + P_i^{IC}\right) \cdot n_i^{n+1} \\
& + D \left(\frac{\gamma_{i+1/2}^2 \cdot n_{i+1}^{n+1} - \gamma_{i+1/2}^2 \cdot n_i^{n+1}}{\gamma_{i+1} - \gamma_i} - \frac{\gamma_{i-1/2}^2 \cdot n_i^{n+1} - \gamma_{i-1/2}^2 \cdot n_{i-1}^{n+1}}{\gamma_i - \gamma_{i-1}} \right) \Bigg]
\end{aligned} \tag{5.19}$$

schreiben. Die Invers-Compton-Verluste P^{IC} müssten für die beiden letzten Zeilen eigentlich aus der neuen Elektronendichte n^{n+1} berechnet werden. Dann würde jedoch das resultierende Gleichungssystem Integrale über die Unbekannten enthalten, so

dass eine Auflösung durch schnelle Algorithmen nicht mehr möglich ist.

Multipliziert man (5.19) mit dem inversen Vorfaktor $2\delta t^{-1}\gamma_i^{intervall\ size}$ und bringt alle neuen Werte n_i^{n+1} auf die linke Seite, so ergibt sich die Form

$$\underline{\mathbf{A}}(\beta_s, D, \boldsymbol{\gamma}) \cdot \mathbf{n}^{n+1} = \mathbf{r}(\mathbf{n}^n, \beta_s, D, \boldsymbol{\gamma}) \quad . \tag{5.20}$$

Da zur Berechnung der Elektronendichte einer Zelle nur die Werte aus benachbarten Zellen verwendet werden, ist $\underline{\mathbf{A}} = \text{tridiag}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ eine Tridiagonalmatrix. Der Vektor $\mathbf{r}$ ergibt sich in jedem Element aus dem alten Wert n_i^n und der 2. sowie 3. Zeile in (5.19). Die Elemente der Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ erhält man durch Ausklammern der unbekannten Werte n_{i-1}^{n+1}, n_i^{n+1} und n_{i+1}^{n+1}:

$$a_i = -D\frac{\gamma_{i-1/2}^2}{\gamma_i - \gamma_{i-1}} \tag{5.21}$$

$$b_i = \frac{2\ \gamma_i^{intervall\ size}}{\delta t} + \beta_s\gamma_{i-1/2}^2 + P_i^{IC} + D\left(\frac{\gamma_{i+1/2}^2}{\gamma_{i+1} - \gamma_i} + \frac{\gamma_{i-1/2}^2}{\gamma_i - \gamma_{i-1}}\right) \tag{5.22}$$

$$c_i = -\beta_s\gamma_{i+1/2}^2 + P_{i+1}^{IC} - D\frac{\gamma_{i+1/2}^2}{\gamma_{i+1} - \gamma_i} \tag{5.23}$$

Das Gleichungssystem kann durch eine Anzahl der Ordnung $\mathcal{O}(N_\gamma)$ von Operationen aufgelöst werden.

5.3.3 Photonen

Die Diskretisierung der Zeitentwicklung der Photonenzahldichte folgt direkt aus Gleichung (4.17) und dem Schema aus Abschnitt 5.2.1:

$$N_i^{n+1} = \frac{2N_i^n + \delta t\left(\kappa_i^{SSA} \cdot N_i^n + 2R_i^s + 2R_i^{IC} - 2\frac{N_i^n}{t_{esc}}\right)}{2 - \delta t \cdot \kappa_i^{SSA}} \tag{5.24}$$

Die beiden fundamentalen Gleichungen (5.19) und (5.24) hängen nicht explizit vom Ort z ab. Die einzelnen Berechnungen können also, abgesehen von der Konvektion, parallel erfolgen.

5.4 Parallelisierung

Eine erste Parallelisierung wurde mit der Programmierschnittstelle *OpenMP* erzeugt. Diese Schnittstelle ermöglicht es unter anderem Schleifen, deren Durchläufe unabhängig voneinander sind, in Gruppen (*engl.* threads) einzuteilen. Diese können dann auf Multiprozessorsystemen parallel ausgeführt werden. Die Verkürzung der Rechenzeit ist hier jedoch auf die Anzahl der Prozessoren begrenzt und liegt bei heutigen Mehrprozessorsystemen höchsten in der Größenordnung ~ 10. Um die Erhöhung der Rechenzeit um den Faktor N_z gegnüber dem Ein-Zonen-Modell zu kompensieren reicht dies jedoch nicht aus. Ein möglicher Ansatz ist die Erhöhung der verwendeten Recheneinheiten durch Nutzung eines sogenannten Clusters und dem *Message Passing Interface* (MPI). Der limitierende Faktor wäre hier die Kommunikation zwischen den einzelnen Prozessoren.

Die zweite, letztlich implementierte, Variante liegt der Tatsache zu Grunde, dass die benötigte Rechenzeit von einer einzelnen Funktion, der zweifachen Integration für den inversen Comptoneffekt, dominiert wird. Hier müssen sehr häufig einfache arithmetische Operationen ausgeführt werden, wobei dies lediglich auf verschiedenen Bereichen der Daten geschieht (*engl.* single instruction, multiple data - SIMD). Diese Art von Berechnungen lassen sich sehr effizient durch Verwendung moderner Grafikprozessoren ausführen (*engl.* general purpose computation on graphics processing units - GPGPU). Die Invers-Compton-Funktion wurde auf eine der neusten Grafikkartenarchitekturen (Karten der *Tesla*-Reihe mit *Fermi*-Kern von *Nvidia*), die für wissenschaftliches Rechnen optimiert wurden, portiert. Ein Vergleich der benötigten Rechenzeiten ist in Abbildung 5.3 zu sehen. Es wurden die ermittelten Zeiten für die Berechnung auf der Grafikkarte und dem Hauptprozessor, sowie deren Verhältnis eingezeichnet. Für den Relevanten Bereich $N_\gamma > 100$ ergibt sich eine Verringerung der Rechenzeit für die Funktion um einen Faktor $50 - 90$. Berücksichtigt man den Anteil an der Gesamtrechenzeit folgt die Beschleunigung um den Faktor ~ 20 für das gesamte Programm.

Eine Vollständige Auslastung der Grafikkarte konnte jedoch in der Gegenwärtigen Konfiguration nicht erreicht werden. Der Grund hierfür liegt in der Beschränkung

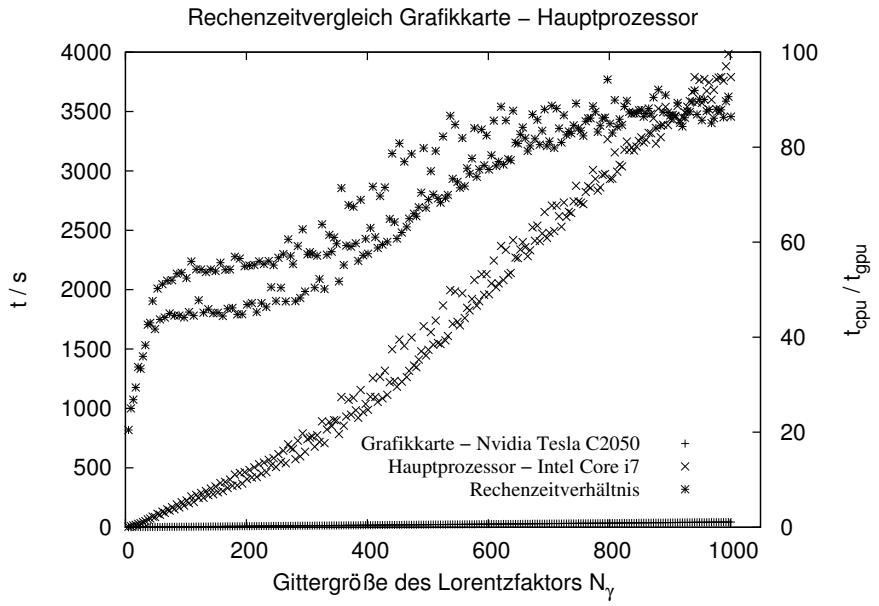

Abbildung 5.3: Vergleich der benötigten Rechenzeit für die Doppelintegration des Streuquerschnitts des inversen Comptonprozesses.

der Registergröße der Multiprozessoren der Grafikkarten. Die theoretisch erreichbare Leistung konnte nur zu 50% erreicht werden. Eine zweite Implementation mit geringerer Registernutzung führte zu leicht schlechteren Geschwindigkeiten, da das Zwischenspeichern großer Datenmengen erforderlich wurde.

Eine weitere Leistungssteigerung wäre durch verteiltes Rechnen auf mehreren Grafikkarten möglich. Dies würde sowohl die Datenmenge je Grafikkarte und somit die Zeiten für das Kopieren in den GPU-Speicher verringern, als auch effizientere Implementationen zulassen.

Kapitel 6

Ergebnisse

In diesem Kapitel sollen die mit dem vorgestellten Modell erzielten Ergebnisse dargelegt werden. Zunächst wird der Einfluss der verschiedenen Parameter sowie die Möglichkeiten zur Erzeugung von Variabilität untersucht. Abschließend wird eine Modellierung der Quelle *Mrk501* vorgenommen.

6.1 Parameter

Aus den beiden vorherigen Kapiteln ergeben sich mehrere Parameter für die Anpassung der resultierenden Spektren. Geht man zunächst von einer statischen Konfiguration aus, was nur im Falle eines einzelnen Schocks möglich ist, bleiben folgende Größen:

- Die Ausdehnung des Simulationsgebietes in der Magnetfeldrichtung Z_{max} sowie der Jetradius R_{Jet}. Zusammen definieren sie die Größe des Emissionsgebietes, wohingegen Z_{max} vor allem die Zeitskala für das Verlassen dieses Bereichs bestimmt. Somit definiert diese Größe die Kühlzeit nach dem Durchlaufen des Schocks.

- Die Quellenfunktion $\hat{S}(z, \gamma, t)$. Diese reduziert sich auf $\hat{S}(0, \gamma)$. Die Dichte und die Energie der injizierten Teilchen bleiben als Parameter.

- Die Stärke der Fermi-II-Beschleunigung. Sie wird mit dem Parameter D festgelegt (vgl. Abschnitt 4.4).
- Die Beschleunigung am Schock. Auf diese haben die Schockparametern R und V_S einfluss. Die Wahrscheinlichkeit den Schock mehrfach zu überqueren wird durch die Umkehrwahrscheinlichkeit W bestimmt.
- Das Magnetfeld B. Es ist für alle Strahlungsprozesse relevant.
- Die Dopplerfaktoren. Sie werden zum Einen durch die Eigenschaften des Schocks bestimmt. Zum Anderen wird die Geschwindigkeit, mit der sich das gesamte Emissionsgebiet relativ zum Beobachter bewegt, durch einen „globalen“ Dopplerfaktor δ berücksichtigt.

Um zeitliche Variabilität in das System einzuführen gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum Einen können Parameter aus der obigen Liste zeitlich verändert werden. Zur Modellierung von Flares wird in Ein-Zonen-Modellen zumeist eine zusätzliche Teilcheninjektion verwendet. Verschieben sich während des Flares die Synchrotron- und Invers-Compton-Peaks, so muss die Stärke des Magnetfeldes variiert werden.

Die Ortsauflösung eröffnet zum Anderen die Möglichkeit durch die Injektion eines weiteren Schocks eine Variation der Spektren zu erzeugen.

6.2 Elektronendichte

Zunächst sollen die Eigenschaften der stationären Verteilung der Elektronendichte beschrieben werden. Da sich die Elektronenverteilung aus dem Modell heraus ergibt, soll die Anzahl der Parameter für die Injektionsfunktion möglichst gering gehalten werden. Somit werden monoenergetische Teilchen mit vergleichsweise geringen Lorentzfaktoren injiziert.

Die in das Modell eingegangenen Beschleunignungsmechanismen erzeugen Verteilungsfunktionen, die für Werte $\gamma \gg \gamma_{inject}$ durch ein Potenzgesetz

$$n(\gamma) \propto \gamma^{-s} \tag{6.1}$$

genähert werden können (Ellison u. a., 1990). Der Spektralindex s hängt von den Eigenschaften des Schocks und der daraus resultierenden Zeitskala der Beschleunigung t_{acc} ab. Weiterhin geht die Dauer der Beschleunigung t_{esc} bis die Elektronen dem Schock entkommen in s ein.

Im Vorliegenden Modell wird t_{esc} hauptsächlich durch die Größe jenes Raumgebietes, in dem häufig Streuungen an Magnetfeldinhomogenitäten stattfinden, bestimmt. Teilchen die sich darüber hinaus bewegen entfernen sich endgültig durch Konvektion vom Schock. Die Evolution der zugehörigen Elektronenverteilungen wird durch Synchrotron- und Invers-Compton-Kühlung dominiert. Die Beschleunigungszeitskala

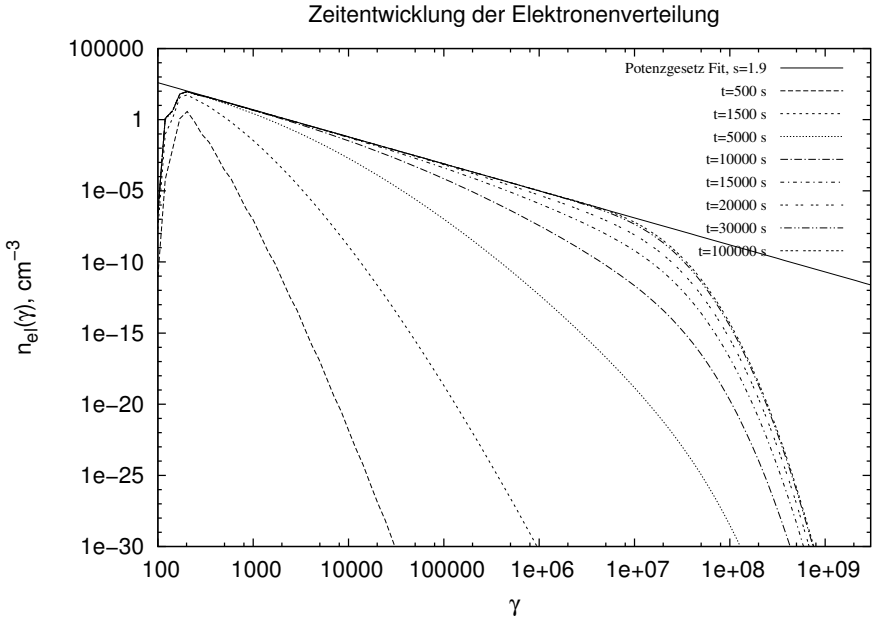

Abbildung 6.1: Zeitliche Entwicklung der Elektronenverteilung. Die Verteilung konvergiert gegen ein Potenzgesetz. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, Magnetfeldstärke $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 10^5$ s.

wird hauptsächlich durch die Umkehrwahrscheinlichkeit W bestimmt. Je größer W, desto häufiger überqueren Teilchen die Schockfront bevor sie entkommen. Die Stärke der stochastischen Beschleunigung (Fermi-II) D geht ebenfalls in t_{acc} ein.

In Abbildung 6.1 ist die Elektronenverteilung am Ort des Schocks zu verschiedenen Zeitpunkten dargestellt. Es wurden kontinuierlich Elektronen mit kleinen Lorentzfaktoren ($\gamma \approx 200$) bei $z = 0$ injiziert. Sie treffen auf die Schockfront, werden beschleunigt und entkommen schließlich Richtung Downstream. Die stationäre Lösung, die einem Potenzgesetz entspricht, stellt sich für die gegebenen Parameter nach etwa $t = 3 \cdot 10^4$ s ein.

6.2.1 Einfluss der Parameter

Zunächst soll der Einfluss des Hinergrundmagnetfeldes untersucht werden, welches die Stärke des dominaten Verlustterms, der Synchrotronstrahlung, bestimmt. Steigt

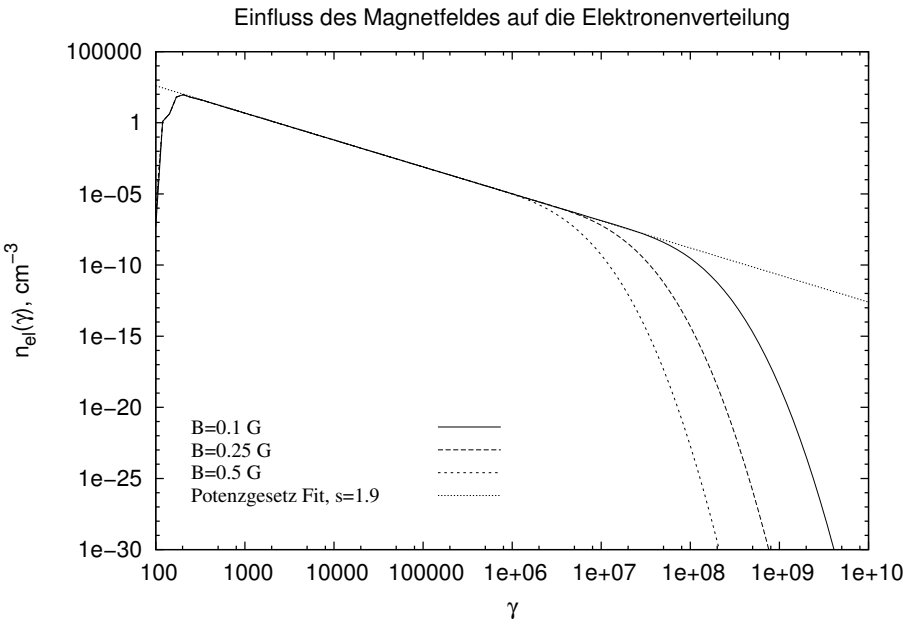

Abbildung 6.2: Elektronenverteilungen im stationären Zustand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke B. Der exponentielle Abfall setzt mit größer werdendem Magnetfeld bei kleineren Lorentzfaktoren ein. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $D = 10^{-15}$, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 10^5$ s.

die Stärke des Magnetfeldes, so steigt auch die Verlustrate durch Synchrotronkühlung.

Entsprechend stellt sich das Gleichgewicht zwischen Kühlung und Beschleunigung bei kleineren Lorentzfaktoren ein. In Abbildung 6.2 ist die daraus folgende Verschiebung des exponentiellen Abfalls der Elektronendichte dargestellt.

Der spektrale Index der stationären Lösung wird im vorliegenden Modell hauptsächlich durch die Umkehrwahrscheinlichkeit bestimmt. Die für Blazare typischen spektralen

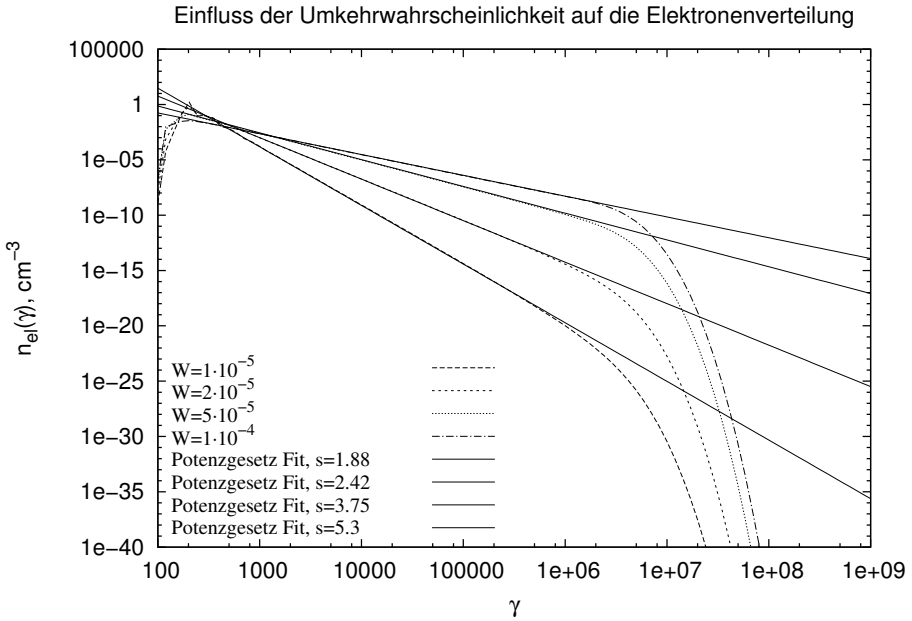

Abbildung 6.3: Elektronenverteilungen im stationären Zustand in Abhängigkeit von der Umkehrwahrscheinlichkeit W. Durch ihre Verringerung sinkt die Effizienz der Schockbeschleunigung, was zu weicheren Spektren mit kleinerem Spektralindex führt. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $D = 10^{-15}$, Magnetfeld $B = 0.25$ G, Simulationszeit $t_{max} = 10^5$ s.

Indizes von $s \sim 2$ werden durch Werte der Größenordnugn $W \sim 10^{-4}$ erreicht. Durch eine gesonderte Betrachtung der mikroskopischen Streuprozesse, etwa durch Monte-Carlo-Methoden, wären Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Plasmas in unmittelbarer Nähe des Schocks möglich (siehe Ausblick).

Im Gegensatz zur Fermi-I-Beschleunigung hat eine Variation des Parameters der stochastischen Beschleunigung D über einen weiten Bereich der relevanten Größenordnungen nur geringen Einfluss auf das Elektronenspektrum. Wie in Abbildung

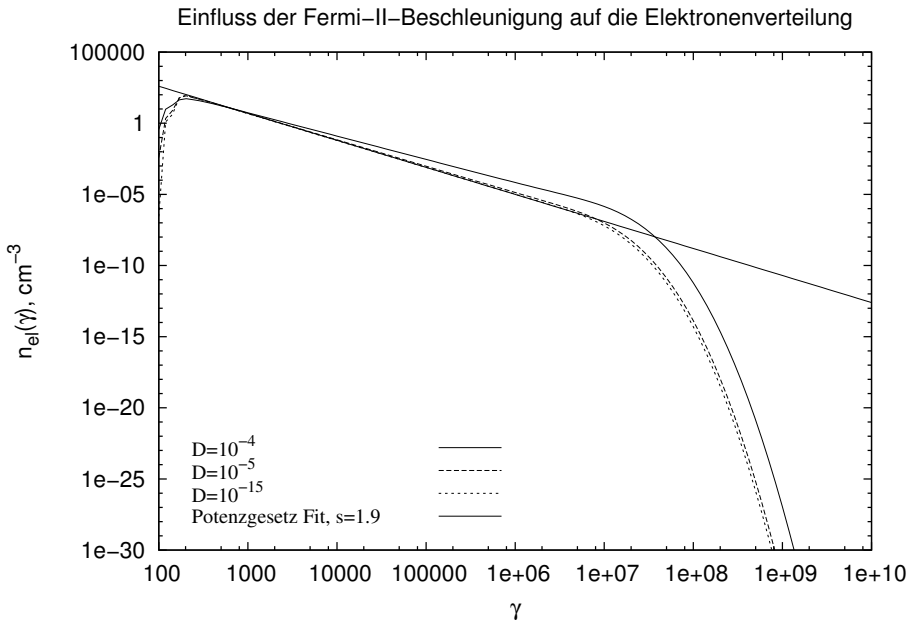

Abbildung 6.4: Elektronenverteilungen in Abhängigkeit vom Parameter D. Größere Werte führen zu einem kleineren spektralen Index und einem schwächeren Cut-Off. Weitere Parameter: Magnetfeld $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 10^5$ s.

6.4 zu sehen, ergibt sich bei Erhöhung von D ein leicht härteres Spektrum. Etwas stärker ist der Einfluss auf den exponentiellen Synchrotron Cut-Off, der für große D schwächer ausfällt.

Die Größe des betrachteten Simulationsgebietes z_{max} hat in vielfältiger Weise einen Einfluss auf das resultierende Spektrum. Für Elektronen im Downstreambereich des Schocks ist, im Fall reiner Konvektion, z_{max} proportional zur Kühlzeit t_{cool}. In den Simulationen für die Abbildung 6.5 wurde die Größe des Schockgebiets bezüglich des Gitters konstant gehalten. Durch Erhöhung von z_{max} wird somit die physikalische Größe dieses Gebiets erhöht, was zu einer effizienteren Beschleunigung führt. Dies erklärt die Änderung des spektralen Index von $z_{max} = 10^{13}$ cm zu $z_{max} = 10^{14}$ cm. Im forderen Bereich der Kurve mit $z_{max} = 10^{15}$ cm ist eine weitere Steigerung zu erkennen. Diese wird jedoch im hinteren Bereich durch einen weiteren

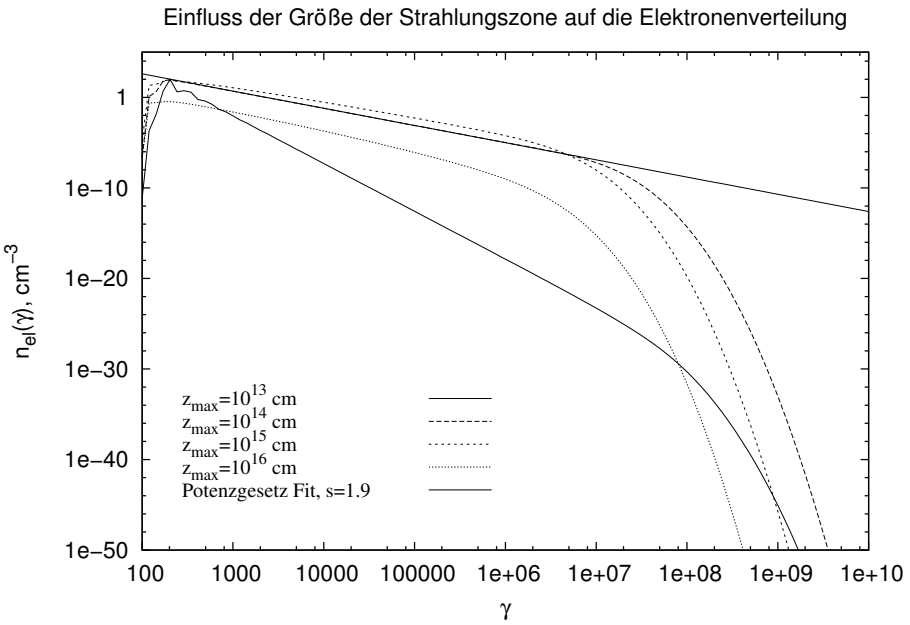

Abbildung 6.5: Elektronenverteilungen in Abhängigkeit von der Größe des Simulationsgebietes z_{max}. Zu sehen sind die Verteilungen am Ort des Schocks bei $z = z_{max}/5$. Die Zone in der eine Rückkehr zum Schock möglich ist reicht bis $z = 2z_{max}/5$. Weitere Parameter: Magnetfeld $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 10^5$ s.

Effekt kompensiert: Die Vergrößerung des Simulationsgebietes führt auch zu einer Verlängerung der benötigten Zeit zum Erreichen der stationären Lösung.

6.2.2 Kühlung der Elektronenverteilung

Entfernen sich die Elektronen vom Schockgebiet, so verändern die Synchrotronverluste die Form des Potenzgesetzes. Der Spektralindex erhöht sich ab einer charakteristischen Energie γ_{break} auf $s+1$. Die Position des Knicks lässt sich aus der Kühlzeit t_{cool} und der Stärke der Synchrotronverluste β_s (vgl. Gleichung 3.49) zu

$$\gamma_{break} \approx \frac{1}{\beta_s t_{cool}} \tag{6.2}$$

abschätzen. Für die Abbildung 6.6 wurde eine Konfiguration verwendet, in der Teil-

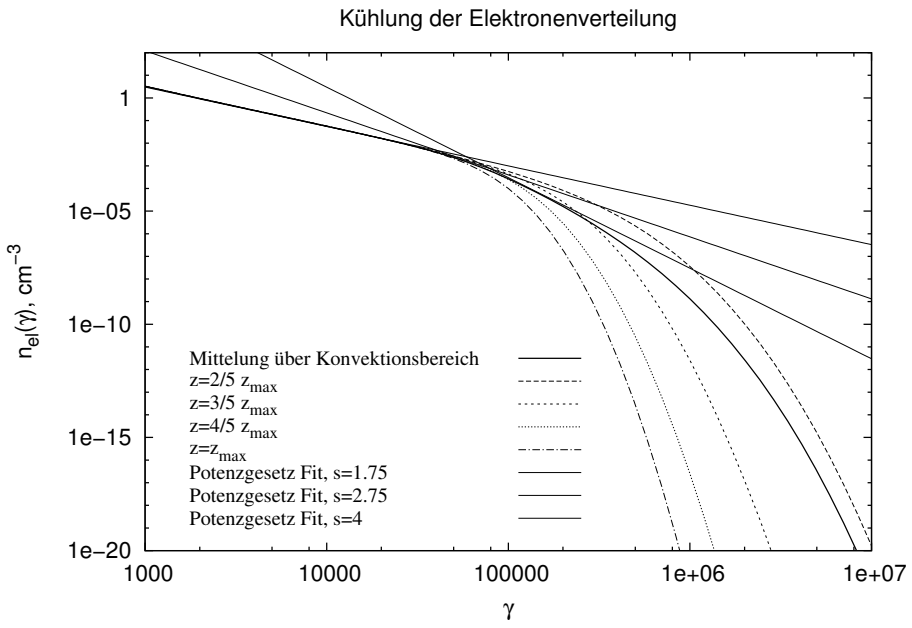

Abbildung 6.6: Elektronenverteilungen an verschiedenen Stellen innerhalb des Bereiches ohne Beschleunigung. Der maximale Lorentzfaktor fällt ab und die Mittelung über den Ort ergibt ein abknickendes Spektrum. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{16} cm, Magnetfeld $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 5 \cdot 10^{-5}$, $D = 10^{-15}$, Simulationszeit $t_{max} = 4 \cdot 10^6$ s.

chen bis $z = 2/5 z_{max}$ zum Schock zurückkehren, darüber hinaus jedoch nur noch Richtung Downstream entkommen können. Je weiter entfernt vom Schock sich die Elektronen befinden, desto kleiner wird der maximale Lorentzfaktor. Mittelt man nun über alle Elektronen in diesem Raumgebiet, so erhält man ein Verteilung, in der an einem bestimmten $\gamma = \gamma_{break}$ ein Abfall des Spektralindex zu Beobachten ist. Dieser scheint stärker als die bekannte Änderung auf $s + 1$ zu sein, jedoch entspricht das generelle Verhalten dem spektralen Knick durch die Synchrotronkühlung in Zwei-Zonen-Modellen.

6.3 Photonendichte

6.3.1 Eigenschaften der spektralen Energiedichte

Die markantesten Charakteristika der typischen spektralen Energiedichten (SED) von Blazaren sind die Positionen und die Höhen der beiden Peaks. Das Verhältnis der beiden maximalen Flüsse ist in den rein leptonischen SSC-Modellen hauptsächlich von der Elektronendichte und somit von der Injektionsfunktion abhängig. Dies rührt daher, dass die Anzahl der Synchrotronphotonen proportional zur Elektronenzahl ist, in die Anzahl der invers-Compton gestreuten Photonen jedoch ein zweites mal die Elektronenzahl eingeht. Das Verhältnis von maximalem Invers-Compton-Fluss und maximalem Synchrotronfluss ist somit proportional zur Elektronendichte.

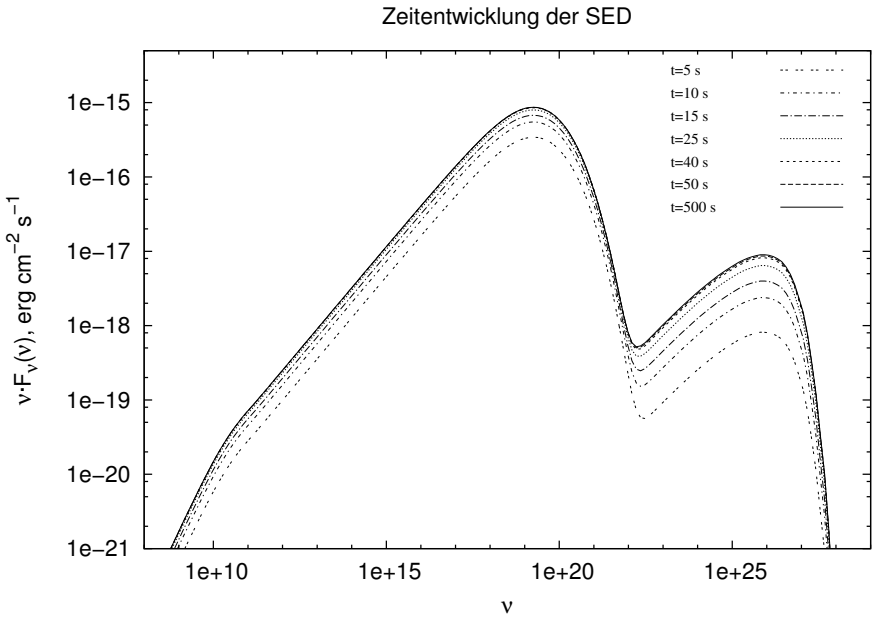

Abbildung 6.7: Zeitliche Entwicklung der spektralen Energiedichte. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, Magnetfeldstärke $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte. Die Injektion erfolgte kontinuierlich bei $z = 0$ mit $\dot{n}_{inject} = 50$ cm^{-3} s^{-1}.

In selbstkonsistenten Modellen kann die Position der beiden Maxima bzw. der Cut-Offs aus den maximalen Lorentzfaktoren und der Abhängigkeit der Strahlungsprozesse von der Magnetfeldstärke berechnet werden. Es ergeben sich im Klein-Nishina-Limit für die maximalen Frequenzen:

$$\nu_{sync}^{max} \propto \gamma_{max}^2 \cdot B \propto \frac{1}{B} \tag{6.3}$$

$$\nu_{IC}^{max} \propto \gamma_{max} \propto \frac{1}{B} \tag{6.4}$$

Ein weiteres Merkmal der SEDs ist das Potenzgesetz $\nu F_\nu(\nu) \propto \nu^\alpha$ für Frequenzen zwischen dem Knick auf Grund der Synchrotron-Selbstabsorption bei $\nu_{SSA} \approx 10^{10}$ Hz und dem Synchrotronpeak. Der zugehörige spektrale Index α ergibt sich aus dem Index der zugehörigen Elektronenverteilung s zu (Rüger, 2007)

$$\alpha = \frac{3-s}{2} \quad . \tag{6.5}$$

Für Abbildung 6.7 wurde für eine, zunächst ohne Photonen berechnete, stationäre Elektronenverteilung die Simulation unter Verwendung sämtlicher Strahlungsprozesse fortgesetzt. Im folgenden baut sich die Photonendichte durch Abstrahlung der Elektronen auf. Die Elektronenverteilung wiederum erfährt nun zusätzliche Verluste durch die Invers-Compton-Streuung, so dass sich ein neues Gleichgewicht einstellt. Es ist zu erkennen, dass die dafür benötigte Zeitskala erheblich geringer ist als die Beschleunigungszeitskalen der Elektronen. Dies ist darauf zurück zu führen, dass die Photonendichte lokal berechnet wird und nicht wie die Elektronenverteilung auf die langsame Diffusion der Teilchen angewiesen ist.

6.3.2 Einfluss der Parameter

Der Einfluss des Magnetfeldes auf die SED wird hauptsächlich durch die Gleichungen (6.3) und (6.4) bestimmt. Es kommt zu einer Verschiebung des gesamten Spektrums, wobei der Abstand der beiden Maxima konstant bleibt. Weiterhin geht das Magnetfeld in die Stärke der Synchrotronemission und Selbstabsorption ein. Die

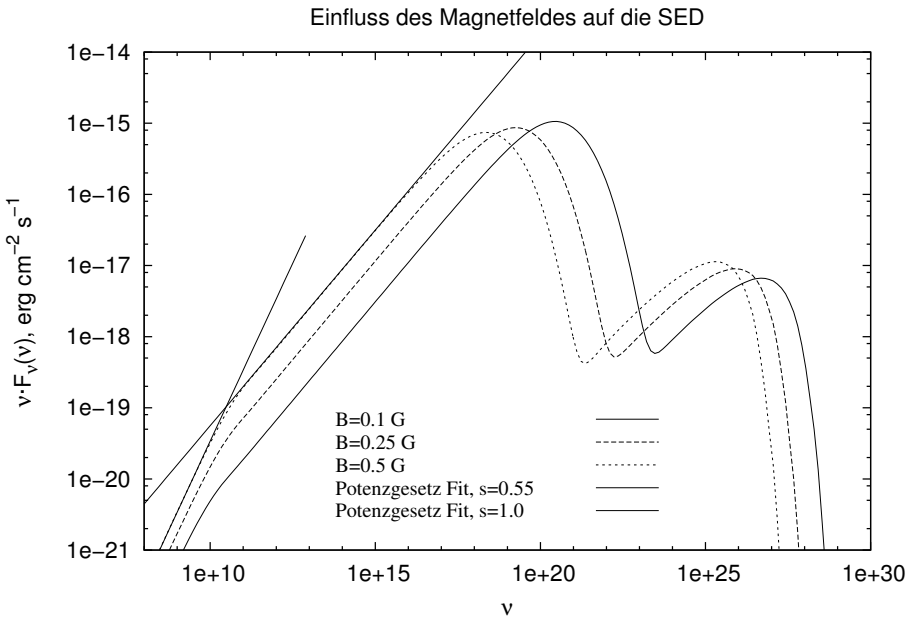

Abbildung 6.8: SED im stationären Zustand in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke B. Größere Magnetfelder führen zu einer Verschiebung hin zu kleineren Frequenzen. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $D = 10^{-15}$, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

Abhängigkeit der Selbstabsorption ist jedoch im Bereich der physikalisch relevanten Feldstärken sehr schwach. Der Rückgang der Synchrotronemissionen wird im Allgemeinen durch die erhöhte Anzahl hochenergetischer Elektronen überkompensiert.

Eine exakte Verschiebung der SED zu höheren Energien kann durch Erhöhung des Dopplerfaktors δ erreicht werden. Gleichzeitig wird dabei die Intensität um den Faktor δ^3 erhöht. Zu große Dopplerfaktoren sollen aber im Folgenden, auf Grund der in Abschnitt 4.1.2 geführten Argumentation, vermieden werden. Gleichung (6.5) gibt den Zusammenhang zwischen den spektralen Indizes von Elektronenverteilung und SED an. Da s hauptsächlich durch die Umkehrwahrscheinlichkeit W bestimmt wird, muss es auch eine starke Abhängigkeit der SED vom Parameter W geben. Vergleicht man die Werte aus Abbildung 6.9 mit denen aus Abbildung 6.3 lässt sich in guter Näherung der Zusammenhang (6.5) bestätigen. Neben dem spektralen Index α wird

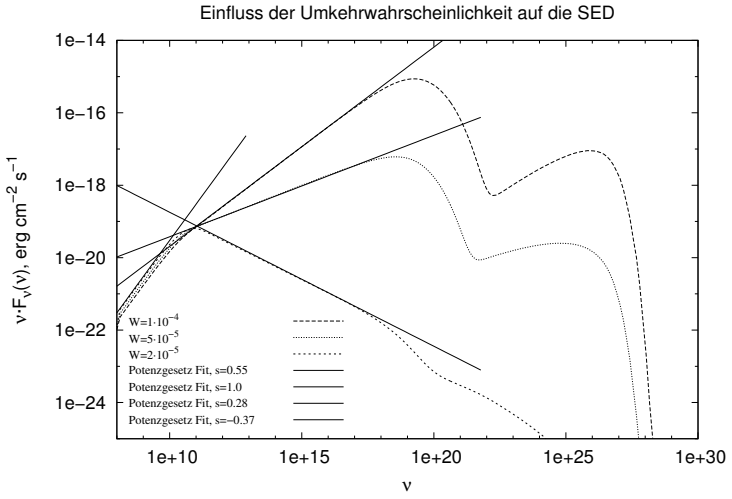

Abbildung 6.9: SED im stationären Zustand in Abhängigkeit von der Umkehrwahrscheinlichkeit W. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $D = 10^{-15}$, Magnetfeld $B = 0.25$ G, Simulationszeit $t_{max} = 500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

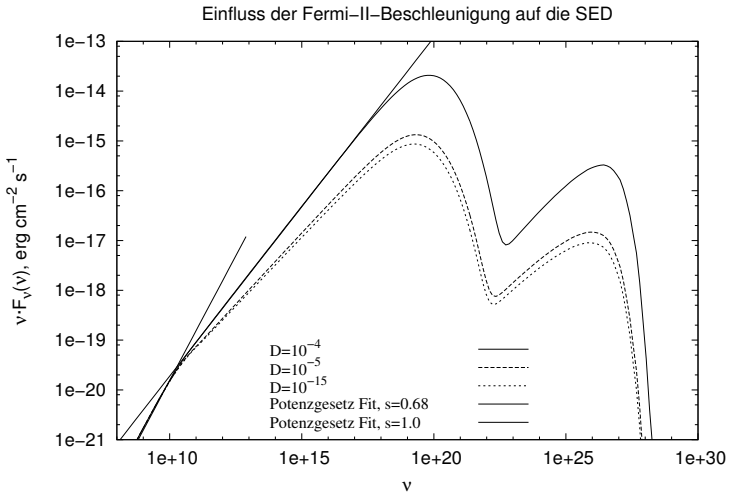

Abbildung 6.10: SED in Abhängigkeit vom Parameter D. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, Magnetfeld $B = 0.25$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W = 10^{-4}$, Simulationszeit $t_{max} = 500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

auch der Abstand der Maxima beeinflusst. Dies folgt aus den kleineren maximalen Lorentzfaktoren bei Verringerung von W.

Die in Abbildung 6.4 vergleichsweise unauffällige Abhängigkeit ist in der zugehörigen SED (Abbildung 6.10) deutlicher zu erkennen. Das leicht härtere Spektrum bei größeren Werten von D übersetzt sich in einen höheren spektralen Index α. Weiterhin erhöhen sich die Flüsse der Synchrotron- und Invers-Compton-Peaks. Dies lässt sich durch die höhere Anzahl der Elektronen bei sehr großen Gammafaktoren auf Grund des schwächeren Abfalls der Elektronenverteilung erklären. Eine weitere Folgerung daraus ist, dass der Abfall der SED hinter dem Invers-Compton-Peak steiler erfolgt.

Ein weiterer wichtiger Parameter bei der Modellierung von SEDs ist der Lorentzfaktor γ_{inject} der injizierten Elektronen. Durch eine Erhöhung lässt sich ein stärke-

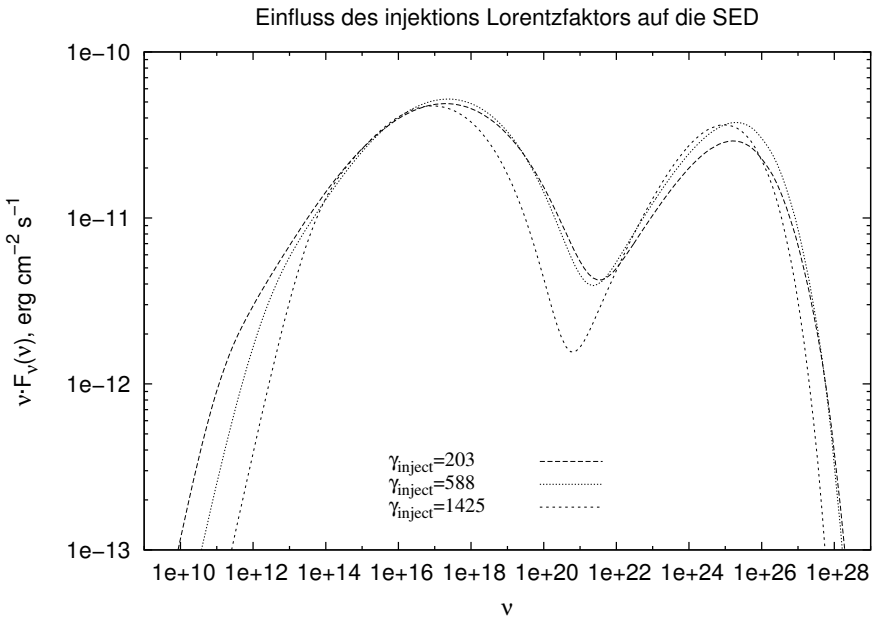

Abbildung 6.11: SED in Abhängigkeit vom Lorentzfaktor γ_{inject} der injizierten Elektronen. Weitere Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{15} cm, Magnetfeld $B \approx 0.1$ G, Umkehrwahrscheinlichkeit $W \approx 4 \cdot 10^{-5}$, Simulationszeit $t_{max} = 500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

rer Abfall des Flusses im Frequenzbereich zwischen den beiden Maxima erreichen.

Gleichzeitig setzt der Knick durch Synchrotron-Selbstabsorption im Radiobereich schon bei höheren Frequenzen ein. Teilchen mit hohen Lorentzfaktoren benötigen allerdings eine physikalische Erklärung, da sie nicht aus thermischen Populationen stammen können. Eine Möglichkeit wäre die Beschleunigung durch Fermi-II-Prozesse oder aus Filamentierungsinstabilitäten (Burkart u. a., 2010).

6.4 Variabilität

Variabilität von Blazaren wird in SSC-Modellen zumeist durch Injektion zusätzlicher Teilchen bei geringen Energien modelliert. Die Elektronenverteilung passt sich durch Beschleunigung der zusätzlichen Teilchen an und bildet nach einer Zeit $t \propto t_{acc}$ wieder ein Potenzgesetz. Die erhöhte Elektronendichte führt schließlich zu höheren Flüssen in der SED. Im Folgenden soll dieser Prozess mit der Injektion eines zusätzlichen Schocks verglichen werden.

In Abbildung 6.12 ist die Entwicklung der Elektronenverteilung nach Erhöhung der Injektionsrate dargestellt. Diese wurde um den Faktor 20 gegenüber der Rate der Ausgangsverteilung erhöht. Zunächst kommt es zu einer starken Erhöhung der Teilchendichte bei kleinen Energien. Die anfänglichen Gewinne bei hohen Lorentzfaktoren sind darauf zurückzuführen, dass zum Zeitpunkt der Injektion der stationäre Zustand noch nicht vollständig erreicht war. Die injizierten Teilchen führen erst nach etwa $2 \cdot 10^4$ s zu einer signifikanten Erhöhung der Teilchendichte bei hohen Energien. Der neue stationäre Zustand ist erst nach $4 \cdot 10^4$ s annähernd erreicht.

Die Entwicklung der Elektronenverteilung nach Injektion eines zusätzlichen Schocks zeigt eine andere Dynamik. Für beide Schocks wurde eine Kompressionsrate von $R = 3$ und eine Schockgeschwindigkeit von $V_S = 0.3c$ verwendet. Abbildung 6.13 zeigt die Elektronenverteilung am Ort $z = z_{max}$, dem Ende des Downstream-Bereiches. Ihr ist zu entnehmen, dass die durch den Schock hervorgerufene Beschleunigung auf allen Energieskalen gleichzeitig erfolgt. Dies lässt sich aus der Tatsache erklären, dass die zweite Schockfront auf eine Elektronenverteilung trifft, die zwar Synchrotronkühlung unterlag, aber weiterhin ein Potenzgesetz bildet. Somit ist im Gegensatz zur Teilcheninjektion keine Beschleunigung über die gesamte Bandbreite der Energie notwendig.

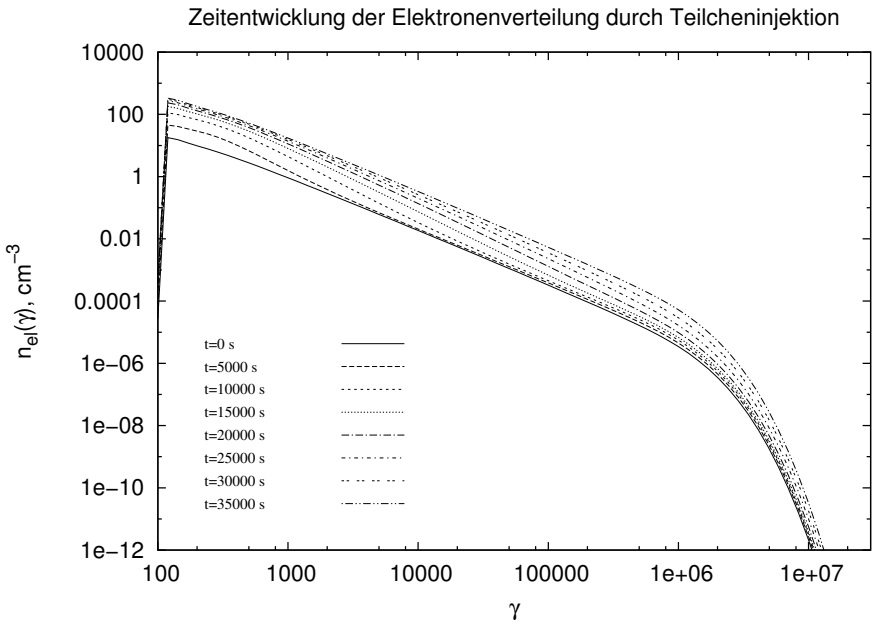

Abbildung 6.12: Zeitliche Entwicklung der Elektronenverteilung nach Erhöhung der Teilcheninjektion. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, Injektionsrate $\dot{n}_{inject}^{high} = 20 \cdot \dot{n}_{inject}^{low}$, Simulationszeit $t_{max} = 35000$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

Durch die erneute Beschleunigung der bereits kühlenden Elektronen kommt es effektiv zu einer Verkleinerung des Downstreams. Die Kühlzeit der Elektronen verringert sich, was schließlich die Erhöhung der Elektronendichte erklärt.

Die aus der Dynamik der Elektronenverteilung resultierende Zeitentwicklung der SED ist für die Schockinjektion in Abbildung 6.14 dargestellt. Auch hier ist zu erkennen, dass die Flüsse des Synchrotron- und Invers-Compton-Peaks nahezu gleichzeitig ansteigen. Die im Gegensatz zu Abbildung 6.13 erhöhte Zeitskala ist darauf zurück zu führen, dass sich der Einfluss des zusätzlichen Schocks auf die SED des gesamten Emissionsgebietes erst nach einer gewissen Zeit zeigt. Dies hängt mit der Verteilung der Elektronen zusammen. Die Elektronendichte ist zunächst im Gebiet um den ersten Schock erhöht. Entsprechend wird die SED durch die Emission aus dem Bereich des ersten Schocks dominiert. Erst wenn der zweite Schock dem Ersten hinreichend

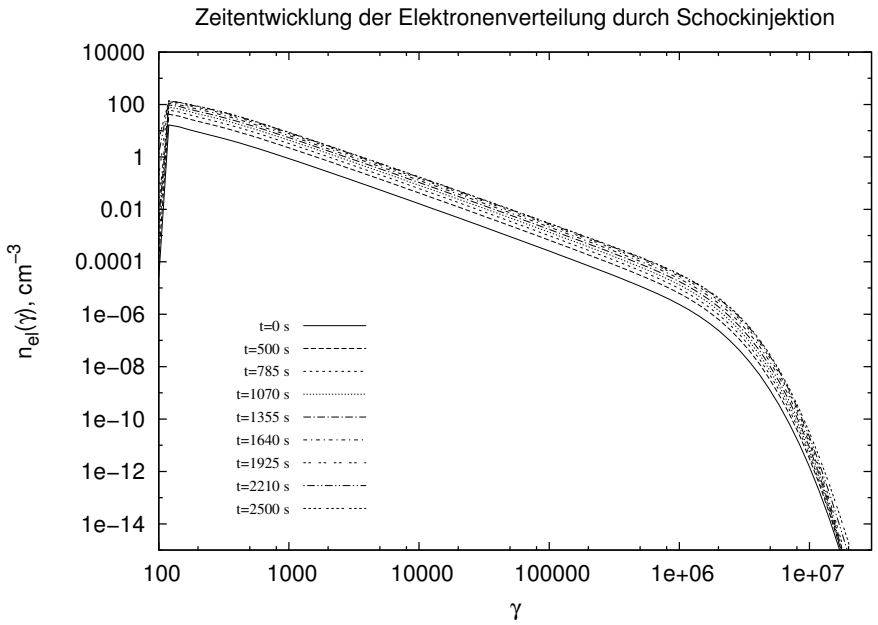

Abbildung 6.13: Zeitliche Entwicklung der Elektronenverteilung nach Injektion eines zweiten Schocks. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, zweiter Schock mit $V_S = 0.3$ und $R = 3$, Simulationszeit $t_{max} = 2500$ s, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

nahe ist, so dass er eine ausreichende Zahl von Elektronen beschleunigen kann, macht er sich in der SED bemerkbar.

Die durch Injektion von Teilchen hervorgerufene Dynamik der SED unterscheidet sich ebenso wie bei den Elektronenverteilungen von der gleichzeitigen Flusserhöhung im Fall der Schockinjektion. Es kommt zunächst zur Flusserhöhung im Radiobereich die sich anschließend bis zum Maximum des Synchrotronpeaks fortsetzt. Gleichzeitig kommt es zur Flusserhöhung im Invers-Compton-Bereich, der sich ebenfalls von kleinen zu großen Frequenzen ausbreitet (Weidinger, 2009).

Für die in Abbildung 6.15 dargestellte, durch Teilcheninjektion erzeugte, stationäre SED wurde die Injektionsrate für 500 Sekunden auf das 20-fache erhöht. Sie zeigt eine starke Übereinstimmung mit der flussstärksten Kurve aus Abbildung 6.14. Ein erheblicher Unterschied zeigt sich jedoch in den Zeitskalen, die zum Erreichen

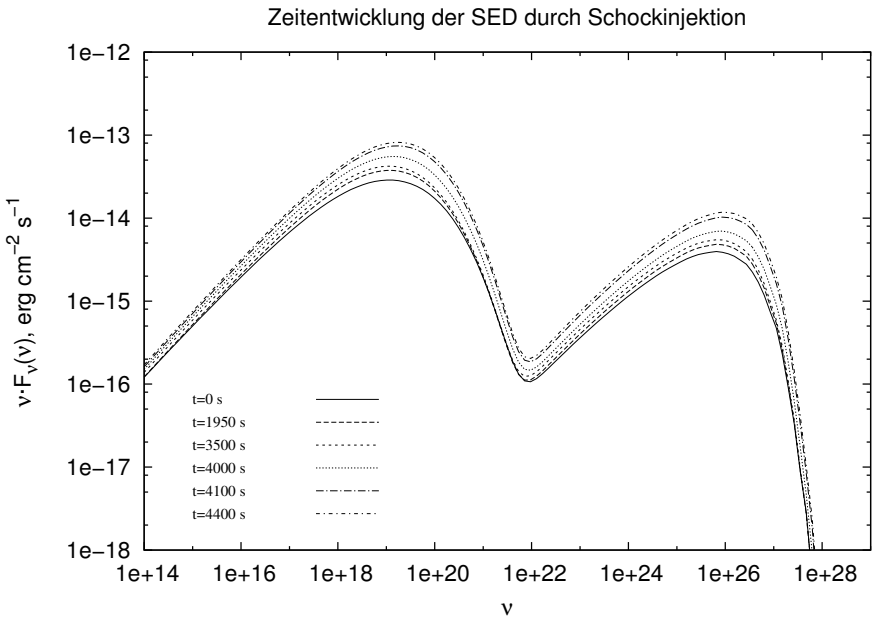

Abbildung 6.14: Zeitliche Entwicklung der SED nach Injektion eines zweiten Schocks. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $\delta = 1$, zweiter Schock mit $V_S = 0.3$ und $R = 3$, Simulationszeit $t_{max} = 4400$ s.

der jeweiligen Flüsse benötigt wurden. Zwischen ihnen liegt fast eine ganze Größenordnung. Rechnet man die im Ruhesystem des Schocks ermittelte Zeitskala in das Beobachtersystem um, so ergeben sich bereits für einen moderaten Dopplerfaktor von $\delta = 10$ Werte im Minutenbereich. Dieses Ergebnis motiviert weitere Untersuchungen zur Modellierung von Kurzzeitvariabilität mit Hilfe von Schockinjektionen.

Weiterhin zeigen die beiden *high-state*-SEDs in Abbildung 6.15 einen leichten Unterschied in der Position des Invers-Compton-Maximums. Erste Untersuchungen zeigen eine Verstärkung dieses Effekts bei Erhöhung der Schockgeschwindigkeit. Ob hiermit eine Modellierung eines solchen Verhaltens mancher Quellen während Flares möglich ist müssen weitere Parameterstudien zeigen.

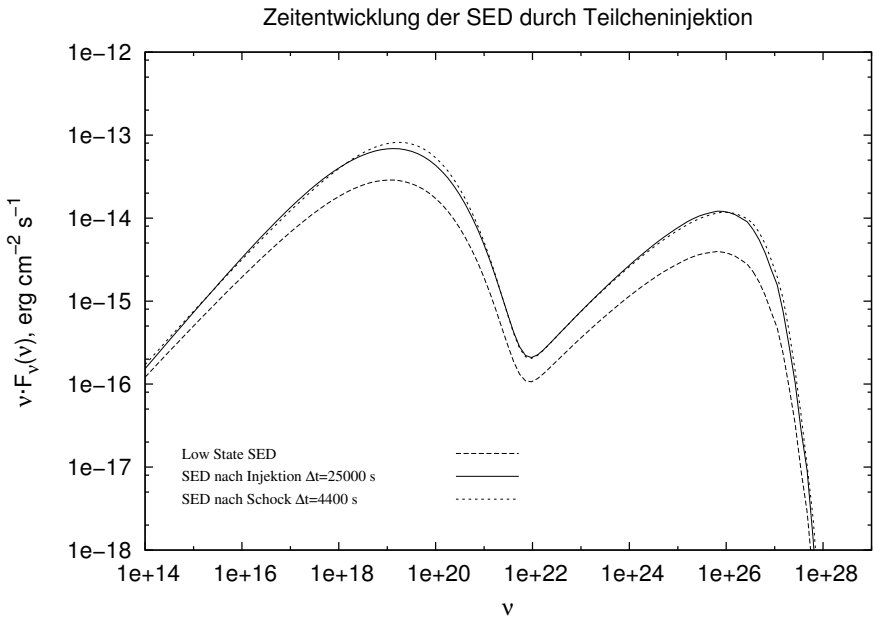

Abbildung 6.15: Vergleich der durch Teilchen- bzw. Schockinjektion erhöhten SEDs. Parameter: Größe des Simulationsgebietes: 10^{14} cm, $\delta = 1$, Injektionsrate $\dot{n}_{inject}^{high} = 4 \cdot \dot{n}_{inject}^{low}$, ausgehend von einer stationären Elektronendichte.

6.5 Mrk501

Die Quelle *Mrk501* wurde zur Modellierung ausgewählt, da sie häufig Ziel von Beobachtungen ist und entsprechend eine große Menge an Messdaten zur Vefügung steht. So wurde in der Zeit zwischen dem 15. März und dem 15. August 2009 dieser Blazar von verschiedenen Instrumenten in einer Multifrequenz-Messkampagne beobachtet, wobei insbesondere eine gute Abdeckung des Radiobereichs erreicht wurde, weshalb sich der Datensatz gut für einen Test des hier vorgestellten Modells eignet. Die gewonnenen Daten wurden im Februar 2011 veröffentlicht (Abdo u. a., 2011). Im Folgenden soll ein mögliches Szenario zur Erklärung sowohl des *low states* als auch des beobachteten Flares vorgestellt werden. Da sich die Beobachtungen über einen langen Zeitraum erstreckten, stehen nur Mittelwerte aus Daten, die nicht immer simultan aufgenommen wurden, zur Verfügung. Eine weitere Unsicherheit ist

der Umgang mit den Messdaten während des Flares, die nicht für alle Instrumente gesondert aufgeführt sind.

6.5.1 Low State von Mrk501

Da für den Radiobereich durch die Messungen des *VLBA* Interferometriedaten vorhanden sind, sind die Flüsse im Radiobereich vergleichsweise verlässlich. Die Autoren

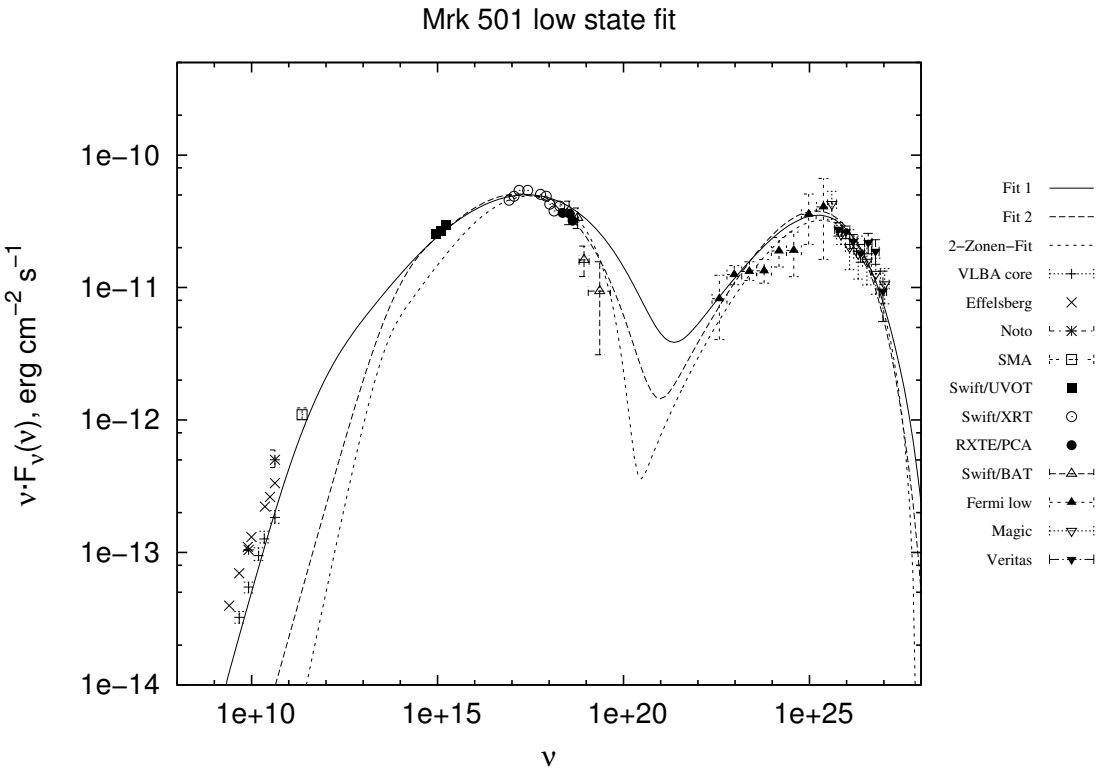

Abbildung 6.16: Modellierung der SED des Blazars Mrk501 im *low state*. Die mit *Fit 1* bezeichnete Kurve ist das favorisierte Modell, da hier der Radiobereich gut erklärt wird. Der alternative *Fit 2* zeigt eine starke Diskrepanz mit den dortigen Messwerten, kann jedoch die *Swift/BAT*-Daten erklären. Weiterhin ist ein Fit mit dem Zwei-Zonen-Modell von Weidinger (2009) dargestellt. Die Parameter der Fits sind in Tabelle 6.1 aufgeführt.

geben an, dass die gemessenen Flüsse aus einem Raumgebiet kleiner der dreifachen

Größe des „Blobs“ stammen. Somit kann davon ausgegangen werden, dass es sich um obere Schranken handelt, die sehr nahe an den wahren Werten liegen. Im Rahmen der Möglichkeiten des ortsaufgelösten Modells auch alte Elektronen zu betrachten wurde versucht den Radiobereich möglichst genau abzubilden. Die beiden Fits wurden durch eine Konfiguration mit zwei aufeinander folgenden Schocks erzeugt. Als Schockgeschwindigkeit im jeweiligen lokalen Upstream-Bereich wurde für beide Schocks $V_S = 0.3c$ verwendet. Die Kompressionsrate wurde auf $R = 3$ gesetzt.

Die beiden von *Fit 1* abweichenden Datenpunkte besitzen zudem einen vergleichsweise großen Fehler. Hier müssen weitere Messungen im entsprechenden Frequenzbereich zeigen, ob die Tendenz eines sehr steilen Abfalls nach dem Synchrotronpeak bestätigt werden kann.

	B (G)	W	γ_{inject}	n_{inject} (cm^{-3})	δ	D (s^{-1})	z_{max} (cm)
Fit 1	0.11	$3.5 \cdot 10^{-5}$	345	1750	12	10^{-15}	10^{15}
Fit 2	0.17	$1.8 \cdot 10^{-5}$	2420	350	20	10^{-15}	10^{15}
2-Zone-Fit	0.12	-	-	-	40	-	$1.15 \cdot 10^{14}$

Tabelle 6.1: Parameter der beiden Fits der SED von Mrk501 (vgl. Abbildung 6.16), erstellt mit dem ortsaufgelösten Modell. Weiterhin sind die vergleichbaren Parameter des Zwei-Zonen-Modells angegeben. Dieses benötigt einen deutlich höheren Dopplerfaktor δ und einen daraus resultierenden kleineren Emissionsbereich. Der wesentliche Unterschied der beiden ortsaufgelösten Fits liegt im Gammafaktor der injizierten Elektronen.

Der Vergleich mit dem Fit des Zwei-Zonen-Modells (Weidinger, 2009) zeigt die deutliche Verbesserung der Abbildung des Radiobereichs. Weiterhin ist ein Fit in diesem Modell nur mit einem hohen Dopplerfaktor von $\delta = 40$ möglich.

6.5.2 High State von Mrk501

Für den Zeitraum des Flares liegen lediglich Daten für den Gammabereich von den Instrumenten Veritas und Fermi vor. Die Daten beider Instrumente während des Flares wurden gesondert betrachtet. Für Veritas wurde eine Zeitspanne von drei Tagen (MJD 54953–54956) mit einer Erhöhung des Flusses um einen Faktor von

etwa fünf ermittelt. Der Fermi-*high state* wurde auf einen Zeitraum von 30 Tagen (MJD 54952–54982) gelegt.

Die Modellierung wurde auf zwei Arten durchgeführt. Zum Einen wurde als Alternative die SED nach Injektion zusätzlicher Elektronen berechnet. Um die Ver-

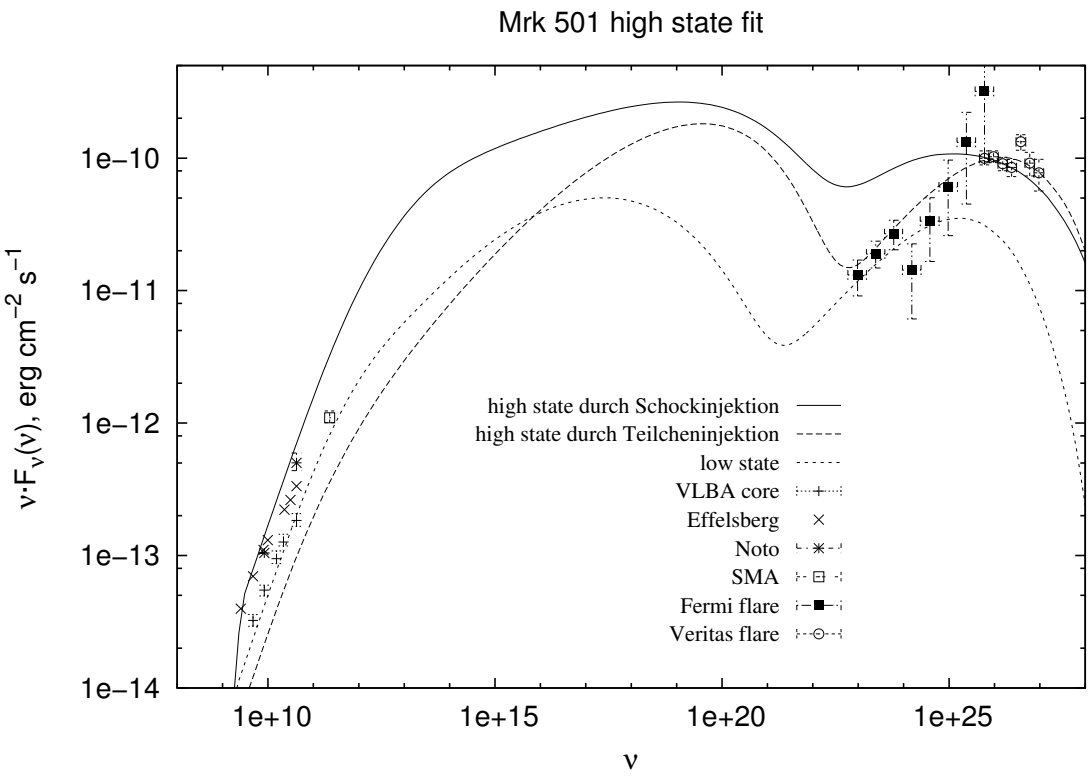

Abbildung 6.17: Modellierung der SED des Blazars Mrk501 im *high state*. Die beobachtete Variation wurde mit der Injektion zusätzlicher Elektronen bzw. der Injektion eines zusätzlichen Schocks modelliert. Die Parameter der Fits sind in Tabelle 6.2 aufgeführt.

schiebung des Invers-Compton-Peaks hin zu höheren Energien abzubilden, musste zusätzlich zur Teilcheninjektion die Stärke des Magnetfeldes verringert werden.

Um diese künstliche Variation eines Parameters zu vermeiden wurde zum Anderen versucht die Variation zum *high state* durch Injektion eines dritten Schocks mit hoher Geschwindigkeit zu erreichen. Ein Verhalten wie in Abbildung 6.15 zu be-

	B (G)	n_{inject} (cm^{-3})	V_S des 3. Schocks	Δt (s)
Schockinjektion	0.11	1750	0.5	12000
Teilcheninjektion	0.05	2750	-	25000

Tabelle 6.2: Parameter der beiden *high state* Fits der SED von Mrk501 (vgl. Abbildung 6.17). Nichtangegebene Parameter entsprechen denen von *Fit 1* in Tabelle 6.1.

obachten war konnte jedoch nicht reproduziert werden. Die resultierende SED fällt, vor allem zwischen den beiden Maxima, sehr flach aus. Die erwünschte Frequenzverschiebung ist beim Synchrotronpeak, trotz konstantem Magnetfeld, deutlich sichtbar. Dies lässt darauf schließen, dass sich der Gammabereich nicht im stationären Zustand befindet. Eine weitere Untersuchung war kurzfristig nicht mehr möglich, da die maximale Simulationszeit durch den Zeitpunkt der Schockkollision begrenzt ist. Hier müssen weitere Untersuchungen, etwa in einem größeren Raumgebiet, zeigen, ob eine vollständige Modellierung des Flares möglich ist. Es konnte aber gezeigt werden, dass die Injektion zusätzlicher Schockfronten Flusserhöhungen im beobachteten Bereich sowie die Verschiebung von Maxima zu höheren Energien erklären kann.

Kapitel 7

Diskussion

Im Folgenden sollen die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst werden. Abschließend werden in einem Ausblick mögliche Verbesserungen und Erweiterungen des Modells in physikalsicher und numerischer Hinsicht diskutiert.

7.1 Zusammenfassung

Mit den Ergebnissen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass eine Erweiterung der bislang vorhandenen Self-Synchrotron-Compton-Modelle um eine Ortsauflösung sowohl physikalisch sinnvoll als auch numerisch realisierbar ist. Das dafür entwickelte Modell wurde vollständig in C++ und OpenCL implementiert.

Durch die physikalisch grundlegende und selbstkonsistente Modellierung des dominaten Beschleunigungsprozesses konnte die bislang im Allgemeinen als Parameter angenommenen Elektronenverteilungen aus dem Modell heraus erzeugt werden. Zudem wurde durch die Ortsauflösung die Kausalität im Modell gewahrt.

Eine erfolgreiche Modellierung der Multifrequenzdaten aus Beobachtungen des Blazars *Mrk501* konnte durchgeführt werden. Durch die Verwendung des *multiple shock*-Modells konnte der benötigte Dopplerfaktor auf Werte reduziert werden, die mit unabhängigen Beobachtungen deutlich besser vereinbar sind. Weiterhin ist durch die Berücksichtigung der Kühlung hinter dem Schock eine Erklärung der im Radio-

bereich gemessenen Flüsse besser möglich.

Die bei Blazaren beobachtete Variabilität konnte erfolgreich durch die Injektion weiterer Schocks erzeugt werden. Eine Injektion zusätzlicher Teilchen, die ebenfalls zeitliche Variabilität erzeugen kann, konnte im Gegensatz zu homogenen Modellen durch Injektion am Rand des Simulationsgebietes kausal erfolgen.

Das vorgestellte Modell macht außerdem Vorhersagen über die Morphologie des Emissionsgebietes. Durch das Voranschreiten der technischen Möglichkeiten im Bereich der Radiointerferometrie mit großen Basislinien (*engl.* very large baseline interferometry - VLBI) könnten in Zukunft diese Vorhersagen einer direkten experimentellen Überprüfung unterzogen werden (Ojha u. a., 2010). Speziell die Technik der elektronischen Interferometrie (e-VLBI) wird die Anzahl von Beobachtungen mit Basislinien in der Größenordnung des Erddurchmessers in Zukunft erhöhen können (Giroletti u. a., 2011).

7.2 Ausblick

7.2.1 Paarerzeugung und hadronische Zerfallskanäle

Wie bereits erwähnt ist das Auftreten von Paarerzeugungs- und Annihilationsprozessen in hochrelativistischen Jets wahrscheinlich. Um die Stärke des Einflusses dieser Prozesse auf die SEDs zu bestimmen, ist eine Implementation von Positronen und ihrer Wechselwirkungen mit den anderen Modellbestandteilen notwendig.

Ob die leptonischen Modelle auch die höchsten beobachteten Energien beschreiben können ist nicht vollständig geklärt. Durch die Einbeziehung hadronischer Komponenten und deren Zerfallskaskaden wäre zum Einen eine Einschränkung auf eines der beiden Modelle möglich, zum Anderen die Möglichkeit gegeben auch wesentlich höherenergetische Objekte wie Gamma-Ray-Bursts zu modellieren. Aus den berechneten Proton- und Photonverteilungen könnten unter Nutzung selbstkonsistenter Modelle die resultierenden Sekundärflüsse berechnet werden und so alle relevanten hadronischen Prozesse zeitabhängig in das jetzige Modell integriert werden (Hümmer u. a., 2010).

7.2.2 Physik der Streuprozesse

Im vorgestellten Modell ist der Parameter der Umkehrwahrscheinlichkeit über den parallelen Diffusionskoeffizienten eng mit der stochastischen Beschleunigung verbunden. Eine physikalische Vereinheitlichung wäre somit sinnvoll. Dies wäre durch die Erweiterung des Modells um eine weitere Dimension, dem sogenannten Pitchwinkel, möglich. Der Pitchwinkel bezeichnet den von Magnetfeld und Teilchengeschwindigkeit eingeschlossenen Winkel. Betrachtet wird bisher nur die Mittelung der Pitchwinkelverteilung. Eine Umkehr des Teilchens wird durch viele Streuereignisse erreicht, welche den Pitchwinkel jeweils leicht ändern. Neben der direkten Implementation dieses Prozesses, wäre auch eine separate Simulation der Pitchwinkelstreuung in Monte-Carlo-Simulationen möglich. Daraus würde man ein Modell zur Berechnung der Umkehrwahrscheinlichkeit entsprechend der Plasmaparameter erhalten.

Im Zuge dieser Erweiterung könnte ebenfalls das Modell der selbst erzeugten Turbulenz berücksichtigt werden (Amato u. Blasi, 2006). Dabei verstärken die durch den Schock beschleunigten Teilchen die Plasmaturbulenz, so dass eine Rückkehr zum Schock wahrscheinlicher wird. Es kommt zu einer nicht linearen Erhöhung der Beschleunigungseffizienz. Dies könnte auch Relevanz für die Erklärung von Kurzzeitvariabilitäten haben, da die Zeitskala der Fermi-I-Beschleunigung für die beobachteten Variabilitäten im Allgemeinen zu groß ist (Tammi u. Duffy, 2009).

7.2.3 Nichtparallele Schocks

Das Modellieren nicht paralleler Schocks ist insbesondere bei relativistischen ein komplexes Problem, da sich die parallele Feldkomponente beim Durchlauf einer relativistischen Schockfront lorentztransformiert. Weiterhin verringert sich für Teilchen, die sich entlang der Magnetfeldlinien bewegen, die Wahrscheinlichkeit zur Rückkehr zum Schock erheblich (Kirk u. Duffy, 1999). Außerdem müssen Verlustterme berücksichtigt werden, die von Teilchen erzeugt werden, die dem Jet entkommen.

7.2.4 Modellierung zukünftiger Planck-Daten

Im Januar 2011 wurden die ersten Vorabergebnisse des Planck-Satelliten veröffentlicht, die simultane Messdaten über den gesamten Radiobereich enthalten. Sie deuten darauf hin, dass bei vielen Quellen die SEDs im Radiobereich deutlich flacher sind als bisher angenommen (Planck Collaboration u. a., 2011). Dies wird eine Veränderung der Modellierung des Synchrotronpeaks erfordern, die schließlich zu Diskrepanzen im Gammabereich führen würde. Somit verstärken die Daten die Notwendigkeit von mehrkomponentigen Modellen. Die mit dem in dieser Arbeit vorgestellten ortsaufgelösten Modell erhaltenen Ergebnisse deuten darauf hin, dass mit Hilfe komplexerer Morphologien auch diese neuen Daten konsistent modelliert werden können.

7.2.5 Weitere Parallelisierung

Der numerische Spielraum für die Einarbeitung obiger Erweiterungen könnte durch eine weitergehende Parallelisierung erreicht werden. Da immer mehr Großrechenanlagen GPGPU (General Purpose Computation on Graphics Processing Units) Einheiten in ihre Cluster integrieren erscheint eine weitere Parallelisierung auf Basis des *Message Passing Interfaces* (MPI) sinnvoll. Durch eine solche Erweiterung kann das entwickelte Programm auf entsprechenden Anlagen ausgeführt werden, was zu einer erheblichen Laufzeitreduzierung führen würde.

Literaturverzeichnis

[Abdo u. a. 2011] Abdo, A. A. ; Ackermann, M. ; Ajello, M. ; Allafort, A. ; Baldini, L. ; Ballet, J. ; Barbiellini, G. ; Baring, M. G. ; Bastieri, D. ; Bechtol, K. ; al. et al. e.: Insights into the High-energy γ-ray Emission of Markarian 501 from Extensive Multifrequency Observations in the Fermi Era. In: *Astrophys. J.* 727 (2011), Februar, S. 129–+. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/727/2/129. – DOI 10.1088/0004–637X/727/2/129

[Amato u. Blasi 2006] Amato, E. ; Blasi, P.: Non-linear particle acceleration at non-relativistic shock waves in the presence of self-generated turbulence. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 371 (2006), Nr. 3, 1251?1258. http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10739.x. – DOI 10.1111/j.1365–2966.2006.10739.x. – ISSN 1365–2966

[Baum u. a. 1995] Baum, S. A. ; Zirbel, E. L. ; O'Dea, C. P.: Toward Understanding the Fanaroff-Riley Dichotomy in Radio Source Morphology and Power. In: *Astrophys. J.* 451 (1995), September, S. 88–+. http://dx.doi.org/10.1086/176202. – DOI 10.1086/176202

[Begelman u. a. 1984] Begelman, M. C. ; Blandford, R. D. ; Rees, M. J.: Theory of extragalactic radio sources. In: *Reviews of Modern Physics* 56 (1984), April, S. 255–351. http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.56.255. – DOI 10.1103/RevModPhys.56.255

[Blandford u. Konigl 1979] Blandford, R. D. ; Konigl, A.: Relativistic jets as

compact radio sources. In: *Astrophys. J.* 232 (1979), August, S. 34–48. http://dx.doi.org/10.1086/157262. – DOI 10.1086/157262

[Blandford u. Payne 1982] Blandford, R. D. ; Payne, D. G.: Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 199 (1982), Juni, S. 883–903

[Blandford u. Znajek 1977] Blandford, R. D. ; Znajek, R. L.: Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 179 (1977), Mai, S. 433–456

[Blumenthal u. Gould 1970] Blumenthal, G. R. ; Gould, R. J.: Bremsstrahlung, Synchrotron Radiation, and Compton Scattering of High-Energy Electrons Traversing Dilute Gases. In: *Reviews of Modern Physics* 42 (1970), S. 237–271. http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.42.237. – DOI 10.1103/RevModPhys.42.237

[Böttcher 2010] Böttcher, M.: Models for the Spectral Energy Distributions and Variability of Blazars. In: *ArXiv e-prints* (2010), Juni

[Böttcher u. Dermer 2010] Böttcher, M. ; Dermer, C. D.: Timing Signatures of the Internal-Shock Model for Blazars. In: *Astrophys. J.* 711 (2010), März, S. 445–460. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/711/1/445. – DOI 10.1088/0004–637X/711/1/445

[Brown u. a. 1983] Brown, J. C. ; Craig, I. J. D. ; Melrose, D. B.: Inversion of synchrotron spectra. In: *Astrophys. Space. Sci.* 92 (1983), Mai, S. 105–112. http://dx.doi.org/10.1007/BF00653590. – DOI 10.1007/BF00653590

[Burkart u. a. 2010] Burkart, T. ; Elbracht, O. ; Ganse, U. ; Spanier, F.: The Influence of the Mass Ratio on the Acceleration of Particles by Filamentation Instabilities. In: *Astrophys. J.* 720 (2010), September, S. 1318–1324. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/720/2/1318. – DOI 10.1088/0004–637X/720/2/1318

[Burns u. a. 1991] Burns, J. O. ; Norman, M. L. ; Clarke, D. A.: Numerical models of extragalactic radio sources. In: *Science* 253 (1991), August, S. 522–530. http://dx.doi.org/10.1126/science.253.5019.522. – DOI 10.1126/science.253.5019.522

[Carroll u. Ostlie 1996] Carroll, Bradley W. ; Ostlie, Dale A.: *An Introduction To Modern Astrophysics*. Addison-wesley-Publishing Company, Inc., 1996

[Coppi u. Blandford 1990] Coppi, P. S. ; Blandford, R. D.: Reaction rates and energy distributions for elementary processes in relativistic pair plasmas. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 245 (1990), August, S. 453–507

[de Gouveia Dal Pino u. a. 2010] de Gouveia Dal Pino, E. M. ; Piovezan, P. P. ; Kadowaki, L. H. S.: The role of magnetic reconnection on jet/accretion disk systems. In: *Astron. Astrophys.* 518 (2010), Juli, S. A5+. http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/200913462. – DOI 10.1051/0004–6361/200913462

[Ellison u. a. 1990] Ellison, D. C. ; Reynolds, S. P. ; Jones, F. C.: First-order Fermi particle acceleration by relativistic shocks. In: *Astrophys. J.* 360 (1990), September, S. 702–714. http://dx.doi.org/10.1086/169156. – DOI 10.1086/169156

[Falcke u. Markoff 2000] Falcke, H. ; Markoff, S.: The jet model for Sgr A*: Radio and X-ray spectrum. In: *Astron. Astrophys.* 362 (2000), Oktober, S. 113–118

[Fanaroff u. Riley 1974] Fanaroff, B. L. ; Riley, J. M.: The morphology of extragalactic radio sources of high and low luminosity. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 167 (1974), Mai, S. 31P–36P

[Fermi 1949] Fermi, E.: On the Origin of the Cosmic Radiation. In: *Physical Review* 75 (1949), April, S. 1169–1174. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.75.1169. – DOI 10.1103/PhysRev.75.1169

[Gillessen u. a. 2009] Gillessen, S. ; Eisenhauer, F. ; Trippe, S. ; Alexander, T. ; Genzel, R. ; Martins, F. ; Ott, T.: Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center. In: *Astrophys. J.* 692 (2009),

Februar, S. 1075–1109. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/692/2/1075. – DOI 10.1088/0004–637X/692/2/1075

[Ginzburg u. Syrovatskii 1965] Ginzburg, V. L. ; Syrovatskii, S. I.: Cosmic Magnetobremsstrahlung (synchrotron Radiation). In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 3 (1965), S. 297–+. http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.03.090165.001501. – DOI 10.1146/annurev.aa.03.090165.001501

[Giroletti u. a. 2011] Giroletti, M. ; Paragi, Z. ; Bignall, H. ; Doi, A. ; Foschini, L. ; Gabányi, K. E. ; Reynolds, C. ; Blanchard, J. ; Campbell, R. M. ; Colomer, F. ; Hong, X. ; Kadler, M. ; Kino, M. ; van Langevelde, H. J. ; Nagai, H. ; Phillips, C. ; Sekido, M. ; Szomoru, A. ; Tzioumis, A. K.: Global e-VLBI observations of the gamma-ray narrow line Seyfert 1 PMN J0948+0022. In: *Astron. Astrophys.* 528 (2011), April, S. L11+. http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201116639. – DOI 10.1051/0004–6361/201116639

[Gould u. Schréder 1966] Gould, Robert J. ; Schréder, Gerald: Opacity of the Universe to High-Energy Photons. In: *Phys. Rev. Lett.* 16 (1966), Feb, Nr. 6, S. 252–254. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.16.252. – DOI 10.1103/PhysRevLett.16.252

[Hey u. a. 1946] Hey, J. S. ; Phillips, J. W. ; Parsons, S. J.: Cosmic Radiations at 5 Metres Wave-length. In: *Nature* 157 (1946), März, S. 296–297. http://dx.doi.org/10.1038/157296c0. – DOI 10.1038/157296c0

[Hümmer u. a. 2010] Hümmer, S. ; Rüger, M. ; Spanier, F. ; Winter, W.: Simplified Models for Photohadronic Interactions in Cosmic Accelerators. In: *Astrophys. J.* 721 (2010), September, S. 630–652. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/721/1/630. – DOI 10.1088/0004–637X/721/1/630

[Jelley 1966] Jelley, J. V.: High-Energy γ-Ray Absorption in Space by a 3.5 K Microwave Field. In: *Phys. Rev. Lett.* 16 (1966), Mar, Nr. 11, S. 479–481. http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.16.479. – DOI 10.1103/PhysRevLett.16.479

[Kirk u. Duffy 1999] Kirk, J. G. ; Duffy, P.: TOPICAL REVIEW: Particle acceleration and relativistic shocks. In: *Journal of Physics G Nuclear Physics* 25 (1999), August, S. 163–+. http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/25/8/201. – DOI 10.1088/0954–3899/25/8/201

[Kneiske u. a. 2004] Kneiske, T. M. ; Bretz, T. ; Mannheim, K. ; Hartmann, D. H.: Implications of cosmological gamma-ray absorption. II. Modification of gamma-ray spectra. In: *Astron. Astrophys.* 413 (2004), Januar, S. 807–815. http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20031542. – DOI 10.1051/0004–6361:20031542

[Komissarov 2009] Komissarov, S. S.: Blandford-Znajek Mechanism versus Penrose Process. In: *Journal of Korean Physical Society* 54 (2009), Juni, S. 2503–+. http://dx.doi.org/10.3938/jkps.54.2503. – DOI 10.3938/jkps.54.2503

[Korchakov u. Syrovatskii 1962] Korchakov, A. A. ; Syrovatskii, S. I.: Polarization of Radiation and the Structure of Magnetic Fields in Cosmic Sources of Radiation. In: *Sov. Astron.* 5 (1962), April, S. 678–+

[Lenain u. a. 2008] Lenain, J.-P. ; Boisson, C. ; Sol, H.: SSC Scenario for Tev Emission from Non-Blazar AGNs. In: *International Journal of Modern Physics D* 17 (2008), S. 1577–1584. http://dx.doi.org/10.1142/S0218271808013170. – DOI 10.1142/S0218271808013170

[LeVeque 1992] LeVeque, Randall J.: *Numerical Methods for Conservation Laws.* Birkhäuser, 1992

[Mills 1954] Mills, B. Y.: Abnormal galaxies as radio sources. In: *The Observatory* 74 (1954), Dezember, S. 248–249

[Noble u. a. 2009] Noble, S. C. ; Krolik, J. H. ; Hawley, J. F.: Direct Calculation of the Radiative Efficiency of an Accretion Disk Around a Black Hole. In: *Astrophys. J.* 692 (2009), Februar, S. 411–421. http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/692/1/411. – DOI 10.1088/0004–637X/692/1/411

[Ojha u. a. 2010] Ojha, R. ; Kadler, M. ; Böck, M. ; Booth, R. ; Dutka, M. S. ; Edwards, P. G. ; Fey, A. L. ; Fuhrmann, L. ; Gaume, R. A. ; Hase, H. ; Horiuchi, S. ; Jauncey, D. L. ; Johnston, K. J. ; Katz, U. ; Lister, M. ; Lovell, J. E. J. ; Müller, C. ; Plötz, C. ; Quick, J. F. H. ; Ros, E. ; Taylor, G. B. ; Thompson, D. J. ; Tingay, S. J. ; Tosti, G. ; Tzioumis, A. K. ; Wilms, J. ; Zensus, J. A.: TANAMI: Milliarcsecond Resolution Observations of Extragalactic Gamma-ray Sources. In: *ArXiv e-prints* (2010), Dezember

[Paczyńsky u. Wiita 1980] Paczyńsky, B. ; Wiita, P. J.: Thick accretion disks and supercritical luminosities. In: *Astron. Astrophys.* 88 (1980), August, S. 23–31

[Padovani 1992] Padovani, P.: Is there a relationship between BL Lacertae objects and flat-spectrum radio quasars? In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 257 (1992), August, S. 404–414

[Penrose 1969] Penrose, R.: Gravitational Collapse: the Role of General Relativity. In: *Nuovo Cimento Rivista Serie* 1 (1969), S. 252–+

[Planck Collaboration u. a. 2011] Planck Collaboration ; Aatrokoski, J. ; Ade, P. A. R. ; Aghanim, N. ; Aller, H. D. ; Aller, M. F. ; Angelakis, E. ; Arnaud, M. ; Ashdown, M. ; Aumont, J. ; al. et al. e.: Planck early results: Spectral energy distributions and radio continuum spectra of northern extragalactic radio sources. In: *ArXiv e-prints* (2011), Januar

[Press u. a. 2002] Press, William H. ; Teukolsky, Saul A. ; Vetterling, William T. ; Flannery, Brian P.: *Numerical Recipes in C.* Second Edition. Cambridge University Press, 2002

[Protheroe u. Clay 2004] Protheroe, R.J. ; Clay, R.W.: Ultra High Energy Cosmic Rays. In: *Publ.Astron.Soc.Pac.* 21 (2004), S. 1–22. `http://dx.doi.org/10.1071/AS03047`. – DOI 10.1071/AS03047

[Qian u. a. 1991] Qian, S. J. ; Quirrenbach, A. ; Witzel, A. ; Krichbaum, T. P. ; Hummel, C. A. ; Zensus, J. A.: A model for the rapid radio variability in the quasar 0917 + 624. In: *Astron. Astrophys.* 241 (1991), Januar, S. 15–21

[Rüger 2007] Rüger, Michael: *Modellierung der Gamma-Emission in Jets von aktiven Galaxienkernen an Hand des Synchrotron-Self-Compton Modells.* Würzburg, Julius-Maximilians-Universität, Diplomarbeit, Februar 2007

[Sambruna u. a. 2002] Sambruna, R. M. ; Maraschi, L. ; Tavecchio, F. ; Urry, C. M. ; Cheung, C. C. ; Chartas, G. ; Scarpa, R. ; Gambill, J. K.: A Survey of Extended Radio Jets in Active Galactic Nuclei with Chandra and the Hubble Space Telescope: First Results. In: *Astrophys. J.* 571 (2002), Mai, S. 206–217. http://dx.doi.org/10.1086/339859. – DOI 10.1086/339859

[Schlickeiser 2002] Schlickeiser, R: *Cosmic Ray Astrophysics.* Springer, 2002

[Shakura u. Sunyaev 1973] Shakura, N. I. ; Sunyaev, R. A.: Black holes in binary systems. Observational appearance. In: *Astron. Astrophys.* 24 (1973), S. 337–355

[Tammi u. Dempsey 2008] Tammi, J. ; Dempsey, P.: Particle acceleration by multiple parallel shocks. In: *International Cosmic Ray Conference* Bd. 2, 2008 (International Cosmic Ray Conference), S. 247–250

[Tammi u. Duffy 2009] Tammi, J. ; Duffy, P.: Particle-acceleration time-scales in TeV blazar flares. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 393 (2009), März, S. 1063–1069. http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.14270.x. – DOI 10.1111/j.1365–2966.2008.14270.x

[Torres u. Anchordoqui 2004] Torres, Diego F. ; Anchordoqui, Luis A.: Astrophysical Origins of Ultrahigh Energy Cosmic Rays. In: *REPT.PROG.PHYS.* 67 (2004), 1663. http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:astro-ph/0402371

[Wagner u. Witzel 1995] Wagner, S. J. ; Witzel, A.: Intraday Variability In Quasars and BL Lac Objects. In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 33 (1995), S. 163–198. http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.33.090195.001115. – DOI 10.1146/annurev.aa.33.090195.001115

[Wang u. Dullemond 2009] Wang, H.H. ; Dullemond, C.P.: *Numerische Strömungsmechanik*. Version: 2009. http://www.ita.uni-heidelberg.de/~dullemond/lectures/num_fluid_2009/index.shtml

[Webb 1983] Webb, G. M.: First order and second order Fermi acceleration of energetic charged particles by shock waves. In: *Astrophys. J.* 270 (1983), Juli, S. 319–338. http://dx.doi.org/10.1086/161125. – DOI 10.1086/161125

[Weidinger 2009] Weidinger, M.: *Modellierung der Kurzzeitvariabilität der Abstrahlung aus Jets von AGN mit einem Zweizonen-SSC Modell*. Würzburg, Julius-Maximilians-Universität, Diplomarbeit, März 2009

[Weidinger u. a. 2010] Weidinger, M. ; Rüger, M. ; Spanier, F.: Modelling the steady state spectral energy distribution of the BL-Lac Object PKS 2155-30.4 using a selfconsistent SSC model. In: *Astrophysics and Space Sciences Transactions* 6 (2010), Januar, S. 1–7. http://dx.doi.org/10.5194/astra-6-1-2010. – DOI 10.5194/astra–6–1–2010

[Weidinger u. Spanier 2010] Weidinger, M. ; Spanier, F.: Modeling the Emission from Blazar Jets:. the Case of PKS 2155-304. In: *International Journal of Modern Physics D* 19 (2010), S. 887–892. http://dx.doi.org/10.1142/S0218271810017159. – DOI 10.1142/S0218271810017159

[Weinberg 2008] Weinberg, Steven: *Cosmology*. Oxford University Press, 2008

Danksagung

Zunächst möchte ich Herrn Prof. Dr. Karl Mannheim danken, mir die Anfertigung dieser Arbeit an seinem Lehrstuhl zu ermöglichen.

Weiterer Dank gilt Dr. Felix Spanier für die umfangreiche Betreuung während der Anfertigung dieser Arbeit sowie der Vorlesung „Numerical Methods in Astrophysics“.

Außerdem bedanke ich mich bei allen Kollegen, insbesondere Sebastian Lange, Matthias Weidinger, Alex Ivascenko, Urs Ganse und Patrick Kilian für die Hilfe und Unterstützung bie allen auftretenden Problemen sowie die kurzweilige Zeit während der Arbeit.

Abschließend gilt mein Dank, neben den bereits genannten, allen weiteren Korrekturlesern.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, Stephan Richter geboren am 16.09.1985 in Greifswald, diese Arbeit ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet zu haben.

Würzburg, 30.03.2011